

Rozwiązania krok po kroku

Statystyka opisowa

poziom **podstawowy**

Statystyka opisowa – rozgrzewka przed maturami (poziom podstawowy): rozwiązania

Spis treści

1 Czytam diagram i tabelę **2**
1.1 Zadanie 1 . . . 2
1.2 Zadanie 2 . . . 4
1.3 Zadanie 3 . . . 5
1.4 Zadanie 4 . . . 6

2 Średnia arytmetyczna: licz i odwracaj **8**
2.1 Zadanie 5 . . . 8
2.2 Zadanie 6 . . . 9
2.3 Zadanie 7 . . . 10
2.4 Zadanie 8 . . . 12

3 Zestaw się zmienia **14**
3.1 Zadanie 9 . . . 14
3.2 Zadanie 10 . . . 15
3.3 Zadanie 11 . . . 16
3.4 Zadanie 12 . . . 18
3.5 Zadanie 13 . . . 19
3.6 Zadanie 14 . . . 20

4 Dwie grupy, jedna średnia **22**
4.1 Zadanie 15 . . . 22
4.2 Zadanie 16 . . . 24
4.3 Zadanie 17 . . . 26
4.4 Zadanie 18 . . . 28
4.5 Zadanie 19 . . . 30

5 Średnia z tabeli i z diagramu **32**
5.1 Zadanie 20 . . . 32
5.2 Zadanie 21 . . . 33
5.3 Zadanie 22 . . . 35
5.4 Zadanie 23 . . . 36
5.5 Zadanie 24 . . . 38
5.6 Zadanie 25 . . . 40

6 Mediana zestawu liczb **42**
6.1 Zadanie 26 . . . 42
6.2 Zadanie 27 . . . 43
6.3 Zadanie 28 . . . 44
6.4 Zadanie 29 . . . 46
6.5 Zadanie 30 . . . 48

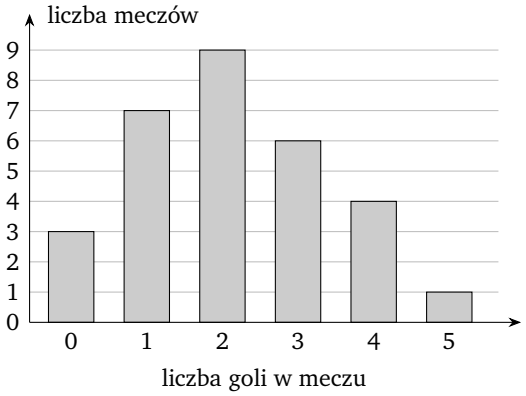
7 Mediana z diagramu i z tabeli **50**
7.1 Zadanie 31 . . . 50
7.2 Zadanie 32 . . . 52
7.3 Zadanie 33 . . . 53
7.4 Zadanie 34 . . . 55
7.5 Zadanie 35 . . . 57

8 Całe zadanie: średnia, mediana, dominanta **59**
8.1 Zadanie 36 . . . 59
8.2 Zadanie 37 . . . 61
8.3 Zadanie 38 . . . 63
8.4 Zadanie 39 . . . 66
8.5 Zadanie 40 . . . 68

9 Praca domowa **70**
9.1 Praca domowa 1 . . . 70
9.2 Praca domowa 2 . . . 72
9.3 Praca domowa 3 . . . 74
9.4 Praca domowa 4 . . . 76
9.5 Praca domowa 5 . . . 78
9.6 Praca domowa 6 . . . 80
9.7 Praca domowa 7 . . . 82
9.8 Praca domowa 8 . . . 84
9.9 Praca domowa 9 . . . 86
9.10 Praca domowa 10 . . . 88
9.11 Praca domowa 11 . . . 90
9.12 Praca domowa 12 . . . 92

Zadanie 1

Na diagramie przedstawiono, ile goli strzeliła drużyna w kolejnych meczach sezonu.



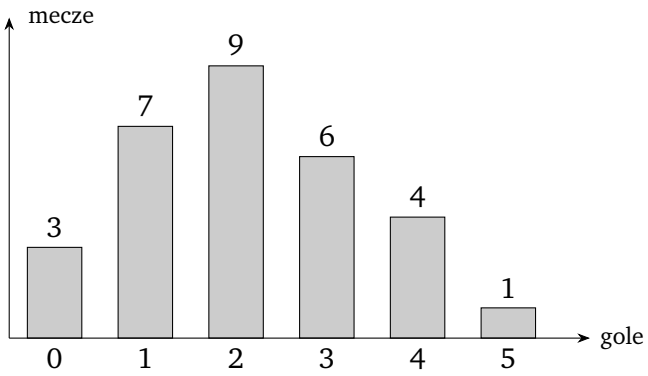
a) W ilu meczach drużyna strzeliła co najmniej 3 gole?
b) Ile meczów rozegrała drużyna w tym sezonie?
c) Wyznacz dominantę liczby goli strzelonych w meczu.

ZAMYSŁ

Najpierw przepisujemy słupki do tabelki: nad kreską liczba goli, pod kreską liczba meczów. Z niej w a) bierzemy kolumny od 3 goli w górę, a w b) dodajemy cały dolny wiersz. W c) szukamy kolumny z największą liczbą meczów i podajemy liczbę goli nad nią.

a)

1 Przepisujesz diagram do tabelki: liczba goli nad kreską, liczba meczów pod kreską.



gole	0	1	2	3	4	5
mecze	3	7	9	6	4	1

2 Warunek „co najmniej” oznacza 3 gole albo więcej, więc dodajesz mecze z kolumn 3, 4 i 5.

$x \geq 3$

$6 + 4 + 1 = 11$

WYNIK 11 meczów

b)

1 Każdy mecz stoi w tabelce dokładnie raz, więc dodajesz cały dolny wiersz.

$3 + 7 + 9 + 6 + 4 + 1 = 30$

WYNIK 30 meczów

c)

1 Dominanta to najczęstsza liczba goli: największa liczba meczów stoi pod 2.

$\max = 9$

$Mo = 2$

WYNIK $Mo = 2$

Zadanie 2

W tabeli zestawiono odpowiedzi uczniów pewnej klasy na pytanie o liczbę rodzeństwa.

Liczba rodzeństwa	0	1	2	3	4
Liczba uczniów	4	10	5	2	1

Jakim procentem liczby uczniów, którzy mają dokładnie jedno rodzeństwo, jest liczba uczniów, którzy mają więcej niż jedno rodzeństwo?

ZAMYSŁ

Z tabeli bierzemy dwie liczby uczniów: tych z jednym rodzeństwem (to jest całość, czyli 100%) i tych z dwojgiem, trojgiem albo czworgiem rodzeństwa. Dzielimy drugą liczbę przez pierwszą i mnożymy przez 100%, a na końcu zostaje procent.

1. Warunek „dokładnie jedno rodzeństwo” to kolumna z liczbą 1, odczytujesz z niej uczniów.

liczba rodzeństwa $= 1$

liczba uczniów $= 10$

2. Warunek „więcej niż jedno rodzeństwo” to kolumny 2, 3 i 4, więc sumujesz uczniów.

liczba rodzeństwa > 1

liczba uczniów $= 5 + 2 + 1 = 8$

3. Dzielisz przez liczbę uczniów mających jedno rodzeństwo, bo od niej liczysz procent.

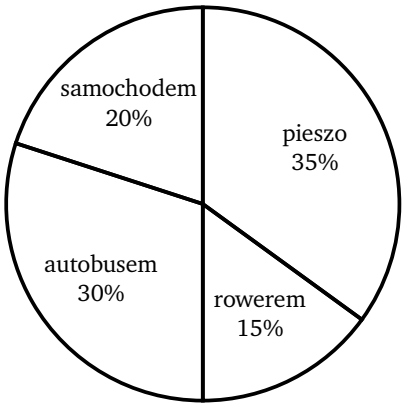
$$\frac{8}{10} \cdot 100\% = 0{,}8 \cdot 100\%$$

$$= 80\%$$

WYNIK 80%

Zadanie 3

Wśród 40 uczniów przeprowadzono ankietę o tym, jak docierają do szkoły. Wyniki przedstawiono na diagramie kołowym.

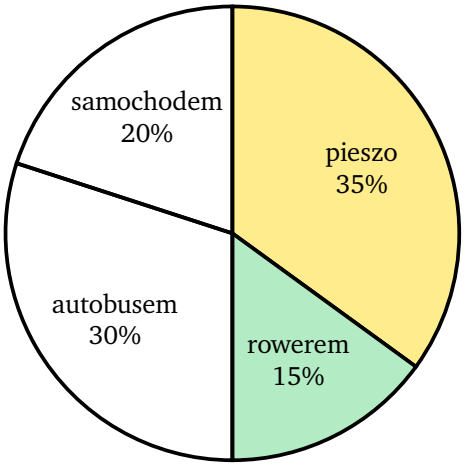


O ilu więcej uczniów przychodzi do szkoły pieszo, niż przyjeżdża rowerem?

ZAMYSŁ

Z diagramu odczytujemy procent pieszych i rowerzystów i zamieniamy każdy na liczbę uczniów z 40. Potem odejmujemy te dwie liczby i dowiadujemy się, o ilu uczniów jest więcej.

1. Pieszo chodzi 35% z 40 uczniów, więc mnożysz 0,35 przez 40.



razem: 40 uczniów

$0{,}35 \cdot 40 = 14$

2. Rowerem jeździ 15% z 40 uczniów, więc mnożysz 0,15 przez 40.

$0{,}15 \cdot 40 = 6$

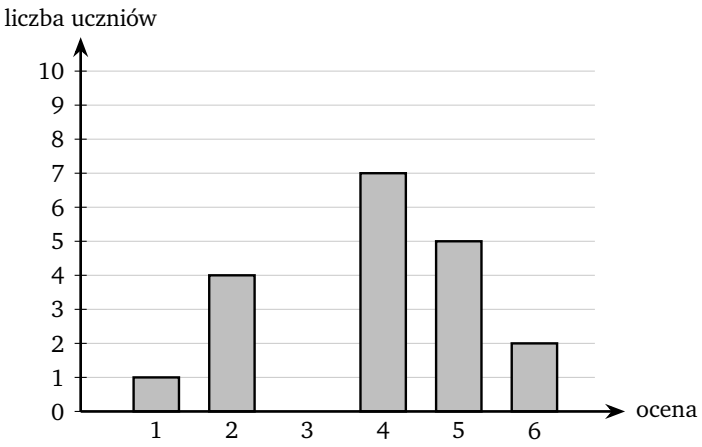
3. Od liczby pieszych odejmujesz liczbę rowerzystów.

$14 - 6 = 8$

WYNIK 8 uczniów

Zadanie 4

W klasie jest 28 uczniów. Na diagramie przedstawiono ich oceny ze sprawdzianu, ale nie narysowano słupka nad oceną 3.



Wyznacz dominantę ocen z tego sprawdzianu.

ZAMYSŁ

Przepisujemy diagram do tabelki liczności, a brakującą liczbę trójek liczymy z tego, że wszystkich uczniów jest 28. Dopiero przy pełnej tabelce widać, która ocena występuje najczęściej, i ta ocena jest dominantą.

1. Przepisujesz wysokości słupków do tabelki liczności; nad oceną 3 zostawiasz puste miejsce.

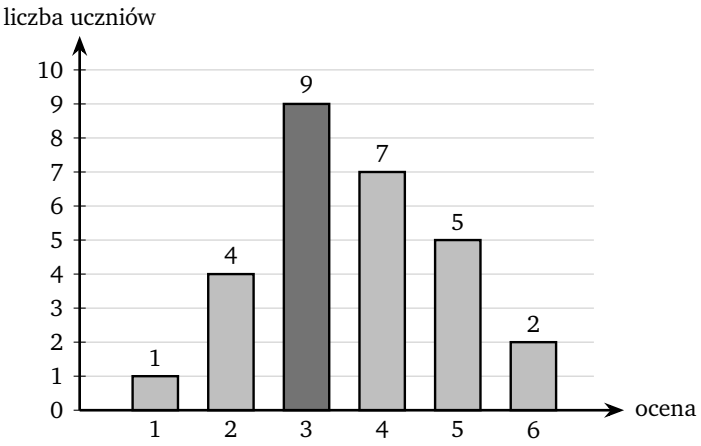
ocena	1	2	3	4	5	6
liczba uczniów	1	4	?	7	5	2

2. Dodajesz liczności znanych ocen i odejmujesz sumę od 28, bo tylu jest uczniów.

$$1 + 4 + 7 + 5 + 2 = 19$$
$$28 - 19 = 9$$

3. Wpisujesz 9 do tabelki i szukasz największej liczności; jej ocena to dominanta.

ocena	1	2	3	4	5	6
liczba uczniów	1	4	9	7	5	2



$9 > 7$

$Mo = 3$

WYNIK $Mo = 3$

Zadanie 5

Oblicz średnią arytmetyczną liczb:

$$12,\ 7,\ 0,\ 15,\ 6$$

ZAMYSŁ

Dodajemy wszystkie pięć liczb i dzielimy sumę przez to, ile ich jest. Zero też liczymy, bo stoi na liście, więc dzielimy przez 5. Na końcu zostaje jedna liczba: średnia.

1 Wstawiasz liczby do wzoru na średnią; zero też liczysz, więc w mianowniku stoi 5.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\bar{a} = \frac{12 + 7 + 0 + 15 + 6}{5}$$

2 Dodajesz liczby w liczniku, a potem dzielisz sumę przez 5.

$$\bar{a} = \frac{40}{5}$$

$$\bar{a} = 8$$

WYNIK $\bar{a} = 8$

Zadanie 6

Średnia arytmetyczna sześciu liczb:

$$3,\ 8,\ x,\ 5,\ 10,\ 1$$

jest równa 6. Oblicz x.

ZAMYSŁ

Zapisujemy wzór na średnią z sześcioma liczbami i średnią równą 6. Wychodzi równanie z jedną niewiadomą x. Rozwiązujemy je i zostaje nam x.

1. Wypisujesz wzór na średnią i wstawiasz sześć liczb, a po prawej średnią 6.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{3 + 8 + x + 5 + 10 + 1}{6} = 6$$

2. Dodajesz znane liczby w liczniku, potem mnożysz obie strony przez 6, usuwając mianownik.

$$\frac{27 + x}{6} = 6 \quad / \cdot 6$$

$$27 + x = 36$$

3. Odejmujesz 27 od obu stron i zostaje samo x.

$$27 + x = 36 \quad / - 27$$

$$x = 9$$

WYNIK $x = 9$

Zadanie 7

Średnia arytmetyczna pięciu liczb:

$$x + 1,\ 2x,\ 7,\ 3x - 4,\ 10$$

jest równa 10. Wyznacz największą z tych liczb.

ZAMYSŁ

Ze średniej układamy jedno równanie z x i je rozwiązujemy. Potem wstawiamy x do każdej liczby i wybieramy największą.

ZARYS

A równanie ze średniej → równanie z x

B rozwiązanie równania → x

C liczby i największa z nich → wynik

A ○ ○ równanie ze średniej → równanie z x

1 Zapisujesz wzór na średnią i wstawiasz pięć liczb, dwie z nich w nawiasach.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{(x + 1) + 2x + 7 + (3x - 4) + 10}{5} = 10$$

2 Mnożysz obie strony przez 5, żeby pozbyć się ułamka.

$$\frac{(x + 1) + 2x + 7 + (3x - 4) + 10}{5} = 10 \quad / \cdot 5$$

$$(x + 1) + 2x + 7 + (3x - 4) + 10 = 50$$

● B ○ rozwiązanie równania → x

3 Opuszczasz nawiasy i zbierasz osobno wyrazy z x i osobno liczby.

$$x + 1 + 2x + 7 + 3x - 4 + 10 = 50$$

$$x + 2x + 3x + 1 + 7 - 4 + 10 = 50$$

$$6x + 14 = 50$$

4 Odejmujesz 14 od obu stron, potem dzielisz obie strony przez 6.

$$6x + 14 = 50 \quad / - 14$$

$$6x = 36 \quad / : 6$$

$$x = 6$$

C **liczby i największa z nich** → wynik

5 Wstawiasz $x = 6$ do każdej liczby z literą.

$$x + 1 = 6 + 1 = 7$$
$$2x = 2 \cdot 6 = 12$$
$$3x - 4 = 3 \cdot 6 - 4 = 14$$

6 Wypisujesz wszystkie pięć liczb i wybierasz największą.

7, 12, 7, 14, 10

WYNIK	14

Zadanie 8

Średnia arytmetyczna czterech liczb:

$$5,\ x,\ 9,\ 2x$$

jest o 1 większa od liczby x. Oblicz x.

ZAMYSŁ

Zapisujemy średnią czterech liczb wzorem i przyrównujemy ją do liczby o 1 większej od x. Powstaje równanie liniowe, które rozwiązujemy do x.

ZARYS

A równanie ze średniej → równanie z x

B rozwiązanie równania → wynik

A ○ równanie ze średniej → równanie z x

1 Średnią czterech liczb zapisujesz wzorem i przyrównujesz do $x + 1$, bo jest o 1 większa od x.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4}$$

$$\frac{5 + x + 9 + 2x}{4} = x + 1$$

2 W liczniku dodajesz osobno wyrazy z x i osobno liczby.

$$\frac{3x + 14}{4} = x + 1$$

B **rozwiązanie równania** → wynik

3 Mnożysz obie strony przez 4, prawą stronę bierzesz w nawias i wymnażasz.

$$\frac{3x+14}{4} = x+1 \qquad / \cdot 4$$
$$3x+14 = 4(x+1)$$
$$3x+14 = 4x+4$$

4 Odejmujesz od obu stron $3x$, potem 4, i odczytujesz x.

$$3x+14 = 4x+4 \quad / -3x$$
$$14 = x+4 \quad / -4$$
$$10 = x$$

WYNIK $x = 10$

Zadanie 9

Średnia arytmetyczna siedmiu liczb jest równa 12. Do zestawu dopisano liczbę 28. Oblicz średnią arytmetyczną nowego zestawu.

ZAMYSŁ

Siedmiu liczb nie znamy, ale ze średniej znamy ich sumę. Dopisujemy 28 do sumy, a liczba danych rośnie z 7 do 8. Na końcu nową sumę dzielimy przez nową liczbę danych.

1 Wpisujesz do wzoru na średnią siedem liczb i średnią 12, potem mnożysz przez 7.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_7}{7} = 12 \quad / \cdot 7$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_7 = 84$$

2 Dopisujesz liczbę 28 do starej sumy, a danych jest teraz 8.

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_7 = 84 \quad / + 28$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_7 + 28 = 84 + 28$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_7 + 28 = 112$$

3 Nową sumę dzielisz przez nową liczbę danych, czyli przez 8, nie przez 7.

$$\bar{a} = \frac{112}{8}$$

$$\bar{a} = 14$$

WYNIK $\bar{a} = 14$

Zadanie 10

Po pięciu sprawdzianach Ola ma średnią ocen 3,8. Jaką ocenę musi dostać z szóstego sprawdzianu, żeby średnia z sześciu sprawdzianów była równa 4?

ZAMYSŁ

Średnia nie mówi wprost, ile punktów mamy razem, ale suma ocen to średnia razy liczba sprawdzianów. Sumy dodajemy zwyczajnie, więc szósta ocena to kolejny składnik nowej sumy.

ZARYS

A	B	C
stara suma pięciu ocen	nowa suma i nowa średnia	rozwiązanie równania
→ suma ocen	→ równanie z x	→ wynik

A **stara suma pięciu ocen** → suma ocen

1. Mnożysz średnią 3,8 przez 5, bo to daje sumę pięciu ocen.

$$a_1 + \ldots + a_5 = 5 \cdot 3{,}8$$
$$a_1 + \ldots + a_5 = 19$$

B **nowa suma i nowa średnia** → równanie z x

2. Szóstą ocenę oznaczasz przez x i dokładasz do starej sumy.

$$a_1 + \ldots + a_5 + x = 19 + x$$

3. Dzielisz nową sumę przez 6 i przyrównujesz tę średnią do 4.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{19 + x}{6} = 4 \quad / \cdot 6$$

C **rozwiązanie równania** → wynik

4. Po pomnożeniu obu stron przez 6 odejmujesz od nich 19.

$$19 + x = 24 \quad / - 19$$
$$x = 5$$

WYNIK $x = 5$

Zadanie 11

Średnia arytmetyczna dziewięciu liczb jest równa 10. Po usunięciu jednej z nich średnia arytmetyczna pozostałych liczb jest równa 10,5. Którą liczbę usunięto?

ZAMYSŁ

Samych liczb nie znamy, więc ze średniej odczytujemy ich sumę. Po usunięciu jednej liczby nowa suma podzielona przez osiem ma dać nową średnią i z tego równania wychodzi usunięta liczba.

ZARYS

A — stara suma → suma dziewięciu liczb

B — nowa średnia → równanie z x

C — usunięta liczba → wynik

A stara suma → suma dziewięciu liczb

1 Wstawiasz do wzoru dziewięć liczb i średnią 10, mnożysz przez 9 i masz sumę.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_9}{9} = 10 \quad / \cdot 9$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_9 = 90$$

B nowa średnia → równanie z x

2 Usuniętą liczbę oznaczasz x, więc suma ośmiu pozostałych jest o x mniejsza.

suma ośmiu liczb: $90 - x$

3 Nową sumę dzielisz przez 8 i przyrównujesz do nowej średniej 10,5.

$$\frac{90 - x}{8} = 10{,}5 \quad / \cdot 8$$

C usunięta liczba → wynik

4 Mnożysz obie strony przez 8, żeby pozbyć się ułamka.

$$90 - x = 84 \quad / - 90$$

5 Po odjęciu 90 mnożysz obie strony przez -1 i masz usuniętą liczbę.

$$-x = -6 \quad / \cdot (-1)$$
$$x = 6$$

WYNIK $x = 6$

Zadanie 12

Średnia arytmetyczna pięciu liczb jest równa 6. Trzy z tych liczb zwiększono o 5, a dwie pozostałe zmniejszono o 5. Oblicz średnią arytmetyczną nowego zestawu.

ZAMYSŁ

Samych liczb nie znamy, ale znamy ich sumę, bo średnia razy liczba danych daje sumę. Zmiany o 5 przesuwają tę sumę w górę i w dół, więc liczymy nową sumę. Dzielimy ją przez liczbę danych, która się nie zmieniła, i zostaje nowa średnia.

1 Ze wzoru na średnią mnożysz obie strony przez 5, bo dostajesz sumę liczb.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5} = 6 \quad / \cdot 5$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 30$$

2 Trzy liczby rosną o 5, a dwie maleją o 5, więc liczysz nową sumę.

$$S_{\text{nowa}} = 30 + 3 \cdot 5 - 2 \cdot 5$$
$$= 30 + 15 - 10$$
$$S_{\text{nowa}} = 35$$

3 Liczb nadal jest pięć, więc nową sumę dzielisz przez 5.

$$\bar{a}_{\text{nowa}} = \frac{35}{5}$$
$$\bar{a}_{\text{nowa}} = 7$$

WYNIK $\bar{a}_{\text{nowa}} = 7$

Zadanie 13

Średnia arytmetyczna dwudziestu liczb jest równa 8. Każdą z tych liczb pomnożono przez 3, a potem do każdej dodano 5. Oblicz średnią arytmetyczną nowego zestawu.

ZAMYSŁ

Nie znamy samych liczb, ale ze średniej odzyskujemy ich sumę. W nowej sumie stara suma rośnie trzy razy i dochodzi do niej dwadzieścia piątek, a na koniec dzielimy przez liczbę danych, która dalej wynosi 20.

1 Piszesz wzór na średnią i mnożysz przez 20, żeby dostać sumę liczb.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_{20}}{20} = 8 \qquad / \cdot 20$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_{20} = 160$$

2 Sumujesz nowe liczby: wyłączasz 3 przed nawias, a piątek jest dwadzieścia.

$$(3a_1 + 5) + (3a_2 + 5) + \ldots + (3a_{20} + 5) = 3\,(a_1 + a_2 + \ldots + a_{20}) + 20 \cdot 5$$

$$3\,(a_1 + a_2 + \ldots + a_{20}) + 20 \cdot 5 = 3 \cdot 160 + 20 \cdot 5$$

$$3 \cdot 160 + 20 \cdot 5 = 580$$

3 Liczb dalej jest 20, więc nową sumę dzielisz przez 20.

$$\bar{b} = \frac{580}{20}$$

$$\bar{b} = 29$$

WYNIK $\bar{b} = 29$

Zadanie 14

Średnia arytmetyczna ośmiu liczb jest równa 20. Jedną z nich, liczbę 31, zastąpiono inną liczbą i średnia zmalała o 10%. Jaką liczbę wpisano w miejsce 31?

ZAMYSŁ

Ze średniej liczymy sumę wszystkich ośmiu liczb, bo zamiana jednej liczby zmienia tylko sumę, a liczb dalej jest osiem. Nowa suma to stara bez 31 i z nową liczbą x, a jej średnia ma być o 10% mniejsza.

ZARYS

A stara suma → suma ośmiu liczb

B nowa średnia → liczba

C nowa suma i liczba x → wynik

A ○○ stara suma → suma ośmiu liczb

1. Suma ośmiu liczb to średnia razy liczba danych, czyli 8 razy 20.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_8}{8} = 20 \qquad / \cdot 8$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_8 = 8 \cdot 20$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_8 = 160$$

● B ○ nowa średnia → liczba

2. Warunek „zmalała o 10%”: od średniej 20 odejmujesz 10% z 20.

$$\bar{a}_n = 20 - 0{,}1 \cdot 20$$

$$= 20 - 2$$

$$\bar{a}_n = 18$$

●● C nowa suma i liczba x → wynik

3. Od starej sumy odejmujesz 31, dodajesz x i dzielisz przez 8.

$$\frac{160 - 31 + x}{8} = 18 \qquad / \cdot 8$$

$$160 - 31 + x = 144$$

4 Odejmujesz liczby po lewej i przenosisz 129 na prawą stronę.

$$129 + x = 144 \quad / \ -129$$
$$x = 15$$

WYNIK $x = 15$

Zadanie 15

Test pisały dwie grupy. W pierwszej było 12 osób i średni wynik 60 punktów, w drugiej 18 osób i średni wynik 70 punktów. Oblicz średni wynik wszystkich piszących.

ZAMYSŁ

Średnich dwóch grup nie uśredniamy, bo grupy mają różną liczbę osób, więc liczymy sumę punktów każdej grupy. Sumę wszystkich punktów dzielimy przez liczbę wszystkich piszących.

ZARYS

A — sumy punktów w grupach → suma każdej grupy

B — średnia wszystkich piszących → wynik

A sumy punktów w grupach → suma każdej grupy

1. Mnożysz obie strony przez liczbę osób n, bo $n > 0$ (liczba piszących).

> $$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} \quad / \cdot n$$

$$\bar{a} \cdot n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \bar{a} \cdot n$$

2. W pierwszej grupie mnożysz średnią przez liczbę osób i masz sumę punktów.

$$S_1 = 60 \cdot 12$$

$$S_1 = 720$$

3. W drugiej grupie tak samo mnożysz średnią przez liczbę osób.

$$S_2 = 70 \cdot 18$$

$$S_2 = 1260$$

B średnia wszystkich piszących → wynik

4. Dodajesz sumy obu grup z etapu A i liczysz wszystkich piszących.

$$S = 720 + 1260 = 1980$$

$$n = 12 + 18 = 30$$

5 Dzielisz sumę wszystkich punktów przez liczbę piszących i skracasz ułamek.

$$\bar{a} = \frac{1980}{30}$$

$$\bar{a} = \frac{\overset{66}{\cancel{1980}}}{\cancel{30}}$$

$$\bar{a} = 66$$

WYNIK	$\bar{a} = 66$ pkt

Zadanie 16

W chórze 80% śpiewających to kobiety. Średni wiek kobiet to 30 lat, a średni wiek mężczyzn to 40 lat. Oblicz średni wiek wszystkich osób w tym chórze.

ZAMYSŁ

Średnia nie zależy od liczby osób w chórze, tylko od proporcji, więc przyjmujemy 100 osób. Z każdej średniej odtwarzamy sumę lat w grupie, dodajemy obie sumy i dzielimy przez liczbę wszystkich osób.

ZARYS

A	B	C
liczba kobiet i mężczyzn	suma lat w każdej grupie	średnia całego chóru
→ liczności grup	→ dwie sumy	→ wynik

A liczba kobiet i mężczyzn → liczności grup

1. Przyjmujesz 100 osób, bo średnia zależy od proporcji; „80%” to kobiety.

$0{,}8 \cdot 100 = 80$ kobiety

$100 - 80 = 20$ mężczyźni

B suma lat w każdej grupie → dwie sumy

2. Sumę lat kobiet liczysz jako średnią razy liczbę kobiet.

$30 \cdot 80 = 2400$

3. Tak samo liczysz sumę lat mężczyzn: średnia razy liczba mężczyzn.

$40 \cdot 20 = 800$

C **średnia całego chóru** → wynik

4 Dodajesz obie sumy i masz sumę lat wszystkich osób w chórze.

$2400 + 800 = 3200$

5 Sumę wszystkich lat dzielisz przez liczbę wszystkich osób, czyli 100.

> $\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$

$$\bar{a} = \frac{3200}{100}$$
$$\bar{a} = 32$$

WYNIK $\bar{a} = 32$ lata

Zadanie 17

Średni wzrost pięciu koszykarzy z pierwszej piątki jest równy 198 cm, a średni wzrost wszystkich dwunastu zawodników drużyny to 191 cm. Oblicz średni wzrost zawodników rezerwowych.

ZAMYSŁ

Średnia nic nie mówi o pojedynczych zawodnikach, ale razy liczba zawodników daje sumę ich wzrostów. Od sumy całej drużyny odejmujemy sumę pierwszej piątki, a resztę dzielimy przez liczbę rezerwowych.

ZARYS

A sumy wzrostów z obu średnich → suma drużyny i suma piątki

B średnia rezerwowych z A → wynik

A sumy wzrostów z obu średnich → suma drużyny i suma piątki

1. Ze wzoru na średnią mnożysz obie strony przez liczbę danych: otrzymujesz sumę.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} \quad / \cdot n$$

$$n \cdot \bar{a} = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = n \cdot \bar{a}$$

2. Suma wzrostów wszystkich dwunastu zawodników to dwanaście razy ich średnia.

$$S_{12} = 12 \cdot 191$$

$$S_{12} = 2292$$

3. Suma wzrostów pierwszej piątki to pięć razy jej średnia.

$$S_5 = 5 \cdot 198$$

$$S_5 = 990$$

B średnia rezerwowych z A → wynik

4. Od drużyny odejmujesz piątkę: liczbę zawodników i sumę wzrostów.

$$12 - 5 = 7$$

$$S_7 = 2292 - 990 = 1302$$

5 Sumę wzrostów rezerwowych dzielisz przez ich liczbę, czyli przez 7.

$$\bar{a} = \frac{1302}{7}$$
$$\bar{a} = 186$$

WYNIK	186 cm

Zadanie 18

W pewnej klasie dziewcząt jest dwa razy więcej niż chłopców. Średnia ocen całej klasy ze sprawdzianu jest równa 4,1, a średnia ocen dziewcząt to 4,5. Oblicz średnią ocen chłopców.

ZAMYSŁ

Średnich nie da się odejmować, ale sumy ocen już tak. Liczymy sumę ocen całej klasy i sumę ocen dziewcząt, a z ich różnicy mamy sumę ocen chłopców. Po podzieleniu jej przez liczbę chłopców dostajemy ich średnią.

ZARYS

A liczebności grup
→ liczba chłopców, dziewcząt i klasy przez x

B sumy ocen
→ sumy ocen klasy, dziewcząt i chłopców przez x

C średnia chłopców z sumy z etapu B
→ wynik

A liczebności grup

→ liczba chłopców, dziewcząt i klasy przez x

1. Oznaczasz liczbę chłopców x; dziewcząt jest „dwa razy więcej”, potem liczysz klasę.

chłopcy: x

dziewczęta: $2x$

klasa: $x + 2x = 3x$

B sumy ocen

→ sumy ocen klasy, dziewcząt i chłopców przez x

2. Mnożysz wzór na średnią przez liczbę danych i dostajesz sumę ocen.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n} \quad / \cdot n$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n = \bar{a} \cdot n$$

3. Liczysz sumę ocen całej klasy: średnia razy liczba osób.

$$S_k = 4{,}1 \cdot 3x$$

$$S_k = 12{,}3x$$

4. Liczysz sumę ocen dziewcząt: ich średnia razy liczba dziewcząt.

$$S_d = 4{,}5 \cdot 2x$$

$$S_d = 9x$$

5 Od sumy ocen całej klasy odejmujesz sumę ocen dziewcząt.

$$S_{ch} = 12{,}3x - 9x$$
$$S_{ch} = 3{,}3x$$

C **średnia chłopców z sumy z etapu B** → wynik

6 Dzielisz sumę ocen chłopców przez x i skracasz, bo $x > 0$.

$$\bar{a}_{ch} = \frac{3{,}3x}{x}$$
$$\bar{a}_{ch} = \frac{3{,}3 \cdot \cancel{x}}{\cancel{x}}$$
$$\bar{a}_{ch} = 3{,}3$$

WYNIK $\bar{a}_{ch} = 3{,}3$

Zadanie 19

Sprzedawca zmieszał 6 kg cukierków w cenie 30 zł za kilogram z cukierkami w cenie 20 zł za kilogram. Kilogram mieszanki kosztuje 24 zł. Ile kilogramów tańszych cukierków wsypał sprzedawca?

ZAMYSŁ

Cena kilograma mieszanki to średnia: wartość wszystkich cukierków podzielona przez wszystkie kilogramy. Zapisujemy więc wartość obu porcji, dzielimy przez $6 + x$ i z tego równania wyznaczamy x.

ZARYS

A stara i nowa suma → wartość mieszanki i liczba kilogramów

B równanie średniej → równanie bez ułamka

C rozwiązanie równania → wynik

A stara i nowa suma

→ wartość mieszanki i liczba kilogramów

1 Oznaczasz przez x kilogramy tańszych cukierków i liczysz wartość droższych.

$$x > 0$$
$$6 \cdot 30 = 180$$

2 Dosypujesz x kg po 20 zł i zapisujesz nową sumę oraz masę.

$180 + 20 \cdot x$ (wartość w zł)
$6 + x$ (masa w kg)

B równanie średniej

→ równanie bez ułamka

3 Dzielisz nową sumę przez nową liczbę kilogramów; to ma być 24 zł.

$$\frac{180 + 20x}{6 + x} = 24$$

4 Mnożysz obie strony przez $6 + x$, bo masa mieszanki jest dodatnia.

$$\frac{180 + 20x}{6 + x} = 24 \qquad / \cdot (6 + x)$$
$$180 + 20x = 24(6 + x)$$
$$180 + 20x = 144 + 24x$$

C **rozwiązanie równania** → wynik

5 Odejmujesz $20x$, a potem 144, żeby niewiadoma została po jednej stronie.

$$\begin{aligned} 180 + 20x &= 144 + 24x \quad / -20x \\ 180 &= 144 + 4x \quad / -144 \\ 36 &= 4x \end{aligned}$$

6 Dzielisz obie strony przez 4 i dostajesz masę tańszych cukierków.

$$\begin{aligned} 36 &= 4x \quad / : 4 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

WYNIK	$x = 9$ kg

Zadanie 20

W tabeli zestawiono liczbę błędów, które uczniowie pewnej klasy zrobili w dyktandzie.

Liczba błędów w dyktandzie	0	1	2	3	4
Liczba uczniów	6	9	7	2	1

Oblicz średnią liczbę błędów przypadającą na jednego ucznia.

ZAMYSŁ

Każdą liczbę błędów bierzemy tyle razy, ilu uczniów ją zrobiło, czyli mnożymy ją przez liczbę uczniów. Dodajemy iloczyny i otrzymujemy wszystkie błędy w klasie. Dzielimy je przez liczbę wszystkich uczniów i zostaje średnia na jednego ucznia.

1 Wstawiasz dane do średniej ważonej: wagą jest liczba uczniów, wartością liczba błędów.

$$\bar{s} = \frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

$$\bar{s} = \frac{6 \cdot 0 + 9 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4}{6 + 9 + 7 + 2 + 1}$$

2 Liczysz iloczyny w liczniku, dodajesz je i dodajesz uczniów w mianowniku.

$$\bar{s} = \frac{0 + 9 + 14 + 6 + 4}{25}$$

$$= \frac{33}{25}$$

3 Dzielisz liczbę wszystkich błędów przez liczbę uczniów: to średnia na ucznia.

$$\bar{s} = 1{,}32$$

WYNIK $\bar{s} = 1{,}32$

Zadanie 21

Diagram kołowy pokazuje, jaki procent rodzin z pewnej wsi ma 0, 1, 2 albo 3 dzieci.



Oblicz średnią liczbę dzieci przypadającą na jedną rodzinę w tej wsi.

ZAMYSŁ

Przyjmujemy, że we wsi jest 100 rodzin, więc procenty z diagramu to od razu liczby rodzin. Potem dodajemy dzieci ze wszystkich rodzin i dzielimy przez liczbę rodzin.

ZARYS

A liczby rodzin z diagramu → wagi

B średnia ważona → wynik

A liczby rodzin z diagramu → wagi

1 Przyjmujesz 100 rodzin, więc każdy procent to liczba rodzin; zapisujesz je w tabelce.



0 dzieci : 20, 1 : 35, 2 : 30, 3 : 15

liczba dzieci	0	1	2	3
liczba rodzin	20	35	30	15

$$20 + 35 + 30 + 15 = 100$$

B **średnia ważona** → wynik

2 Wypisujesz średnią ważoną: wagą jest liczba rodzin, wartością liczba dzieci w rodzinie.

$$\bar{s} = \frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

3 Mnożysz każdą liczbę rodzin przez liczbę dzieci, a w mianowniku dodajesz rodziny.

$$\bar{s} = \frac{20 \cdot 0 + 35 \cdot 1 + 30 \cdot 2 + 15 \cdot 3}{20 + 35 + 30 + 15}$$

4 Liczysz iloczyny i sumę, potem dzielisz: to średnia liczba dzieci w rodzinie.

$$\bar{s} = \frac{0 + 35 + 60 + 45}{100}$$

$$\bar{s} = \frac{140}{100} = 1{,}4$$

WYNIK $\bar{s} = 1{,}4$

Zadanie 22

Ocena semestralna z fizyki jest średnią ważoną ocen: sprawdzian ma wagę 3, kartkówka wagę 2, a praca domowa wagę 1. Kuba dostał ze sprawdzianów oceny 4 i 3, z kartkówek 5 i 4, a z prac domowych 6 i 3. Oblicz jego średnią ważoną.

ZAMYSŁ

Każdą z sześciu ocen mnożymy przez wagę jej rodzaju i dodajemy te iloczyny. Sumę dzielimy przez sumę wszystkich sześciu wag. Wychodzi jedna liczba: średnia ważona Kuby.

1 Wypisujesz wzór na średnią ważoną i wstawiasz oceny z wagami oraz sumę sześciu wag.

$$\bar{s} = \frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

$$\bar{s} = \frac{3 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 3}{3 + 3 + 2 + 2 + 1 + 1}$$

2 Osobno liczysz iloczyny w liczniku i sumę wag, potem dodajesz iloczyny.

$$\bar{s} = \frac{12 + 9 + 10 + 8 + 6 + 3}{12}$$

$$\bar{s} = \frac{48}{12}$$

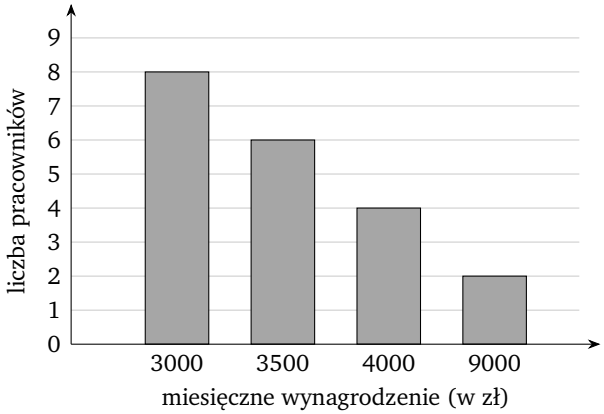
3 Dzielisz licznik przez mianownik i masz średnią ważoną Kuby.

$$\bar{s} = 4$$

WYNIK $\bar{s} = 4$

Zadanie 23

Na diagramie przedstawiono miesięczne wynagrodzenia wszystkich pracowników pewnej firmy.



Ilu pracowników tej firmy zarabia mniej, niż wynosi średnie wynagrodzenie w tej firmie?

ZAMYSŁ

Liczymy średnie wynagrodzenie, w którym każda kwota liczy się tyle razy, ilu pracowników ją dostaje. Potem sprawdzamy, które kwoty leżą poniżej średniej, i dodajemy liczby ich pracowników.

ZARYS

A odczyt diagramu → tabelka liczności

B średnie wynagrodzenie → średnia w zł

C porównanie ze średnią z B → wynik

A odczyt diagramu → tabelka liczności

1. Przepisujesz diagram do tabelki: u góry wynagrodzenia w zł, na dole liczby pracowników.

a	3000	3500	4000	9000
w	8	6	4	2

B średnie wynagrodzenie → średnia w zł

2. Bierzesz średnią ważoną z wagami równymi liczbom pracowników, bo kwoty się powtarzają.

$$\bar{s} = \frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

$$\bar{s} = \frac{8 \cdot 3000 + 6 \cdot 3500 + 4 \cdot 4000 + 2 \cdot 9000}{8 + 6 + 4 + 2}$$

3 Mnożysz kwoty przez liczby pracowników, a w mianowniku liczysz wszystkie osoby.

$$\bar{s} = \frac{24000 + 21000 + 16000 + 18000}{20}$$

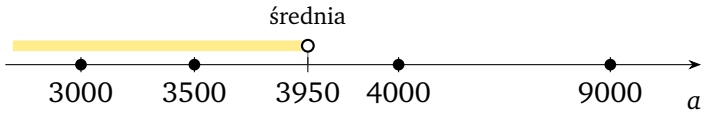
4 Dodajesz iloczyny w liczniku i dzielisz przez 20.

$$\bar{s} = \frac{79000}{20}$$
$$\bar{s} = 3950$$

C porównanie ze średnią z B

→ wynik

5 Warunek „zarabia mniej, niż wynosi średnie wynagrodzenie”: zaznaczasz na osi kwoty i średnią z B.



$3000 < 3500 < 3950 < 4000 < 9000$

6 Warunek $a < 3950$ spełniają tylko 3000 i 3500, więc dodajesz ich pracowników.

$8 + 6 = 14$

WYNIK 14 pracowników

Zadanie 24

W tabeli zestawiono liczbę spóźnień uczniów pewnej klasy w ciągu miesiąca.

Liczba spóźnień w miesiącu	0	1	2	3	4
Liczba uczniów	3	7	6	3	1

Średnią liczbę spóźnień jednego ucznia zaokrąglono do liczby całkowitej. Oblicz błąd względny tego przybliżenia. Wynik podaj w procentach.

ZAMYSŁ

Najpierw liczymy dokładną średnią z tabeli, gdzie wagami są liczby uczniów, i porównujemy ją z jej zaokrągleniem do całości. Błąd względny to różnica obu liczb odniesiona do wartości dokładnej, zapisana w procentach.

ZARYS

A średnia liczba spóźnień → wartość dokładna

B przybliżenie i błąd względny → wynik w procentach

A średnia liczba spóźnień → wartość dokładna

1. Piszesz wzór na średnią ważoną: wartościami są liczby spóźnień, a wagami liczby uczniów.

$$\bar{s} = \frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

$$\bar{s} = \frac{3 \cdot 0 + 7 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 4}{3 + 7 + 6 + 3 + 1}$$

2. Liczysz osobno licznik i mianownik, czyli liczbę wszystkich uczniów, a potem dzielisz.

$$\bar{s} = \frac{0 + 7 + 12 + 9 + 4}{20}$$

$$\bar{s} = \frac{32}{20} = 1{,}6$$

B przybliżenie i błąd względny → wynik w procentach

3. Zaokrąglasz średnią do całości w górę, bo po przecinku stoi 6, czyli co najmniej 5.

$$1{,}6 \approx 2$$

4. Liczysz błąd bezwzględny: wartość bezwzględną różnicy przybliżenia i wartości dokładnej.

$$|2 - 1{,}6| = 0{,}4$$

5 Dzielisz błąd bezwzględny przez wartość dokładną, nie przez przybliżenie, i mnożysz przez 100%.

$$\frac{0,4}{1,6} = \frac{4}{16} = 0,25$$

$$0,25 \cdot 100\% = 25\%$$

WYNIK	25%

Zadanie 25

W tabeli zestawiono wyniki zawodników w konkursie rzutów.

Liczba punktów	0	1	2	3
Liczba zawodników	2	5	6	x

Średnia liczba punktów zdobytych przez jednego zawodnika jest równa 2. Oblicz x.

ZAMYSŁ

Średnią z tabeli zapisujemy wzorem średniej ważonej, w którym x stoi w liczniku i w mianowniku. Przyrównujemy ją do 2 i rozwiązujemy równanie z x.

ZARYS

A średnia z tabeli → równanie z x

B rozwiązanie równania → x

A średnia z tabeli → równanie z x

1. Zapisujesz średnią ważoną: wagami są liczby zawodników, a wartościami liczby punktów.

$$\bar{s} = \frac{w_1a_1 + w_2a_2 + w_3a_3 + w_4a_4}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}$$

2. Mnożysz punkty przez liczby zawodników, dodajesz, dzielisz przez liczbę zawodników i przyrównujesz do 2.

$$\frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot x}{2 + 5 + 6 + x} = 2$$

3. Osobno liczysz licznik i osobno mianownik.

$$\frac{0 + 5 + 12 + 3x}{13 + x} = 2$$

$$\frac{17 + 3x}{13 + x} = 2 \quad / \cdot (13 + x)$$

B rozwiązanie równania → x

4. Mnożysz przez $13 + x$: to liczba wszystkich zawodników, a $x \geq 0$, więc nie zero.

$$17 + 3x = 2(13 + x)$$

$$17 + 3x = 26 + 2x \quad / - 2x$$

5 Odejmujesz $2x$, potem 17; wynik jest naturalny, więc może być liczbą zawodników.

$$17 + x = 26 \quad / - 17$$
$$x = 9$$

WYNIK	$x = 9$

Zadanie 26

Wyznacz medianę zestawu liczb:

$8,\ 3,\ 11,\ 5,\ 14,\ 2,\ 9$

ZAMYSŁ

Ustawiamy liczby od najmniejszej do największej, bo mediana to wyraz środkowy uporządkowanego zestawu. Liczb jest nieparzyście wiele, więc wzór wskazuje jedno miejsce, a liczba na nim jest medianą.

1. Ustawiasz liczby od najmniejszej do największej, bo mediana to środek uporządkowanego zestawu.

   $2,\ 3,\ 5,\ 8,\ 9,\ 11,\ 14$

2. Liczysz liczby: jest ich siedem, nieparzyście, więc bierzesz wzór dla nieparzystego n.

   $\text{Me} = a_{\frac{n+1}{2}}$

   $n = 7$

   $\text{Me} = a_{\frac{7+1}{2}}$

3. Liczysz numer miejsca i odczytujesz czwartą liczbę z uporządkowanego zestawu.

   $\text{Me} = a_4$

   $\text{Me} = 8$

WYNIK $\text{Me} = 8$

Zadanie 27

Wyznacz medianę zestawu liczb:

$$6,\ -1,\ 3,\ 6,\ 0,\ 10,\ 3,\ 6$$

ZAMYSŁ

Ustawiamy liczby od najmniejszej do największej, bo mediana to liczba ze środka uporządkowanego zestawu. Liczb jest parzyście wiele, więc środek wypada między dwiema liczbami i medianą jest ich średnia.

1. Porządkujesz liczby rosnąco, bo mediana stoi w środku uporządkowanego zestawu.

   $$-1,\ 0,\ 3,\ 3,\ 6,\ 6,\ 6,\ 10$$

2. Liczb jest osiem, czyli parzyście, więc mediana to średnia czwartej i piątej liczby.

   $$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}\right)$$

   $$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_4 + a_5\right)$$
   $$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(3 + 6\right)$$

3. Dodajesz liczby w nawiasie i dzielisz sumę przez dwa.

   $$\text{Me} = \frac{9}{2}$$
   $$\text{Me} = 4{,}5$$

WYNIK $\text{Me} = 4{,}5$

Zadanie 28

Mediana zestawu pięciu liczb:

$$7,\ 2,\ a,\ 12,\ 5$$

jest o 1 mniejsza od liczby a. Wyznacz a.

ZAMYSŁ

Mediana to środkowa liczba po uporządkowaniu, a to, która liczba jest środkowa, zależy od miejsca a względem 5 i 7. Dlatego rozważamy trzy położenia a na osi i w każdym zapisujemy, że mediana jest o 1 mniejsza od a.

ZARYS

A — uporządkowanie liczb i oś → miejsce mediany i przedziały dla a

B — przypadki położenia a → wynik

A uporządkowanie liczb i oś → miejsce mediany i przedziały dla a

1. Pięć liczb to nieparzyste n, więc mediana jest trzecią liczbą po uporządkowaniu.

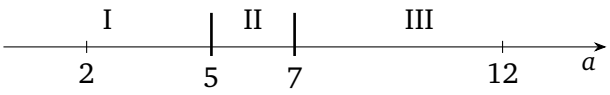
> $\text{Me} = a_{\frac{n+1}{2}}$ (n nieparzyste)

$\text{Me} = a_{\frac{5+1}{2}}$

$\text{Me} = a_3$

2. Porządkujesz znane liczby i dzielisz oś punktami 5 i 7 na trzy przedziały.

$2,\ 5,\ 7,\ 12$



$a \in (-\infty;\ 5)$, $a \in \langle 5;\ 7)$, $a \in \langle 7;\ +\infty)$

B przypadki położenia a → wynik

3. Przedział I: dla a mniejszego od 5 trzecią liczbą jest 5, o 1 mniejsza od a.

$5 = a - 1 \quad / + 1$

$6 = a$

$a = 6 \notin (-\infty;\ 5)$ odpada

4 Przedział II: dla $a \in \langle 5;\ 7)$ środkową liczbą jest samo a.

$$a = a - 1 \quad / - a$$
$$0 = -1 \qquad \text{sprzeczność}$$

5 Przedział III: dla a od 7 w górę trzecią liczbą jest 7.

$$7 = a - 1 \quad / + 1$$
$$8 = a$$
$$a = 8 \in \langle 7;\ +\infty) \qquad \text{należy do III}$$

WYNIK $a = 8$

Zadanie 29

Liczby

$$2,\ 6,\ x,\ 14$$

są ustawione od najmniejszej do największej. Ich mediana jest równa ich średniej arytmetycznej. Oblicz x.

ZAMYSŁ

Zapisujemy medianę i średnią jako wyrażenia z x i przyrównujemy je. Zostaje równanie liniowe, a na koniec sprawdzamy, czy x stoi w kolejności między 6 a 14.

ZARYS

A mediana → wyrażenie z x

B średnia arytmetyczna → wyrażenie z x

C równanie: mediana z A równa średniej z B → wynik

A mediana → wyrażenie z x

1. Liczb jest cztery i są uporządkowane, więc mediana to połowa sumy drugiej i trzeciej liczby.

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}\right)$$

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_2 + a_3\right)$$

$$\text{Me} = \frac{1}{2}(6 + x)$$

B średnia arytmetyczna → wyrażenie z x

2. Średnia to suma czterech liczb podzielona przez cztery, a w liczniku dodajesz same liczby.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\bar{a} = \frac{2 + 6 + x + 14}{4}$$

$$\bar{a} = \frac{22 + x}{4}$$

C **równanie: mediana z A równa średniej z B** → wynik

3 Przyrównujesz medianę do średniej i mnożysz obie strony przez 4, żeby pozbyć się ułamków.

$$\frac{1}{2}(6+x) = \frac{22+x}{4} \quad / \cdot 4$$
$$2(6+x) = 22+x$$

4 Wymnażasz nawias, a potem odejmujesz x od obu stron.

$$12 + 2x = 22 + x \quad / -x$$
$$x + 12 = 22 \quad / -12$$

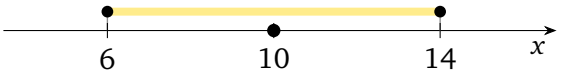
5 Odejmujesz 12 od obu stron.

$$x = 10$$

6 Kolejność „od najmniejszej do największej” wymaga, żeby x leżał między 6 a 14, a 10 tam leży.

$6 \le x \le 14$

$6 \le 10 \le 14$



WYNIK $x = 10$

Zadanie 30

Do zestawu liczb:

$$4,\ 10,\ 1,\ 7,\ 13$$

dopisano liczbę x i mediana wzrosła o 1. Wyznacz x.

ZAMYSŁ

Liczymy medianę przed dopisaniem i po dopisaniu, a potem ustalamy, gdzie x staje w uporządkowanym zestawie. Z tego położenia mamy równanie na x.

ZARYS

A	B	C
mediana przed dopisaniem	nowa mediana	położenie x
→ mediana pięciu liczb	→ równanie na dwie środkowe	→ wynik

A mediana przed dopisaniem

→ mediana pięciu liczb

1 Ustawiasz liczby rosnąco, a środkowa z pięciu to mediana.

$$1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13$$

$$\text{Me} = 7$$

B nowa mediana

→ równanie na dwie środkowe

2 Warunek „wzrosła” daje nową medianę 8; z sześciu liczb bierzesz średnią trzeciej i czwartej.

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}\right)$$

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{\frac{6}{2}} + a_{\frac{6}{2}+1}\right)$$

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_3 + a_4\right)$$

$$\frac{1}{2}\left(a_3 + a_4\right) = 7 + 1$$

$$\frac{1}{2}\left(a_3 + a_4\right) = 8$$

C **położenie x** → wynik

3 Dla $x \le 7$ obie środkowe są co najwyżej 7, więc $x > 7$.

$x \le 7$: $\frac{1}{2}(a_3 + a_4) \le 7$ za mało, ma być 8

$x > 7$

4 Sprawdzasz, czy x stoi przed 10, czy dalej, i liczysz średnią środkowych.



$7 < x < 10$

$1,\ 4,\ 7,\ x,\ 10,\ 13$

$\frac{1}{2}(7 + x) = 8 \quad / \cdot 2$

$7 + x = 16 \quad / - 7$

$x = 9$

spełnia $7 < x < 10$

$x \ge 10$

$1,\ 4,\ 7,\ 10,$ dalej x i 13

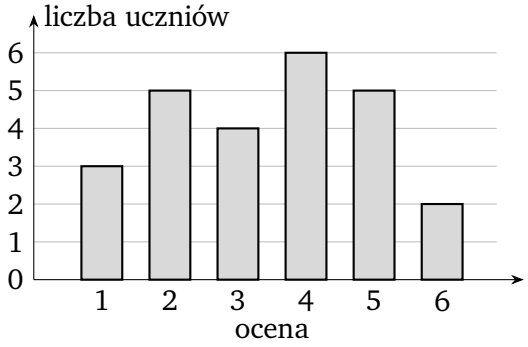
$\frac{1}{2}(7 + 10) = 8{,}5 \ne 8$

brak rozwiązań

WYNIK $x = 9$

Zadanie 31

Na diagramie przedstawiono oceny uczniów pewnej klasy ze sprawdzianu.



Wyznacz medianę tych ocen.

ZAMYSŁ

Ustawiamy wszystkich uczniów w kolejce od najsłabszej oceny do najlepszej i dajemy im numery. Mediana to ocena osoby, która stoi dokładnie w środku kolejki.

ZARYS

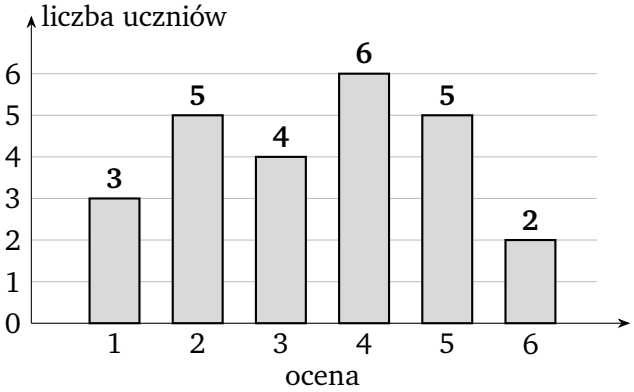
A tabelka i numery osób
→ liczba uczniów i numery przy każdej ocenie

B osoba ze środka
→ wynik

A tabelka i numery osób

→ liczba uczniów i numery przy każdej ocenie

1 Przepisujesz wysokości słupków z diagramu do tabelki: ocena i liczba uczniów z tą oceną.



ocena	1	2	3	4	5	6
liczba uczniów	3	5	4	6	5	2

2 Dodajesz liczby z dolnego wiersza, żeby wiedzieć, ilu uczniów pisało sprawdzian.

$$n = 3 + 5 + 4 + 6 + 5 + 2$$

$$n = 25$$

3 Pod każdą oceną wypisujesz numery narastająco: każda grupa zaczyna się po ostatnim numerze poprzedniej.

ocena	1	2	3	4	5	6
numery osób	1–3	4–8	9–12	13–18	19–23	24–25

B **osoba ze środka** → wynik

4 Uczniów jest nieparzyście wielu, więc w środku stoi jedna osoba: po 12 przed i za nią.

$$\text{Me} = a_{\frac{n+1}{2}}$$

$$\text{Me} = a_{\frac{25+1}{2}} = a_{13}$$

5 Szukasz numeru 13 w tabelce: stoi w grupie 13–18, czyli przy ocenie 4.

$$a_{13} = 4$$

$$\text{Me} = 4$$

WYNIK Me = 4

Zadanie 32

W tabeli zestawiono liczbę książek, które uczniowie pewnej klasy przeczytali w wakacje.

Liczba książek przeczytanych w wakacje	0	1	2	3	4
Liczba uczniów	4	6	5	3	2

Wyznacz medianę liczby przeczytanych książek.

ZAMYSŁ

Ustawiamy wszystkich uczniów w kolejce od najmniejszej do największej liczby książek i nadajemy im numery. Mediana to liczba książek osoby ze środka kolejki, a przy parzystej liczbie osób średnia z dwóch środkowych.

ZARYS

A numery osób → liczba osób i numery pod wartościami

B osoby ze środka → wynik

A **numery osób** → liczba osób i numery pod wartościami

1. Liczysz, ilu jest wszystkich uczniów: dodajesz liczby z dolnego wiersza tabeli.

$n = 4 + 6 + 5 + 3 + 2$

$n = 20$

2. Pod każdą liczbą książek wypisujesz numery uczniów narastająco, bo stoją w kolejce.

0 : 1–4, 1 : 5–10, 2 : 11–15

3 : 16–18, 4 : 19–20

B **osoby ze środka** → wynik

3. Liczba uczniów, 20, jest parzysta, więc w środku stoją osoby dziesiąta i jedenasta.

$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}\right)$

$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{10} + a_{11}\right)$

4. Z numerów odczytujesz: 10. osoba przeczytała 1 książkę, 11. osoba 2. Liczysz średnią.

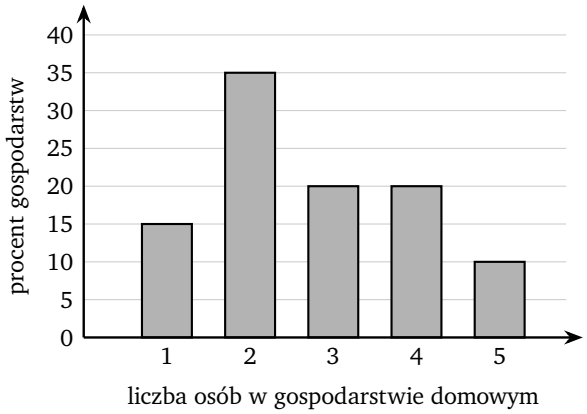
$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(1 + 2\right)$

$\text{Me} = 1{,}5$

WYNIK Me = 1,5

Zadanie 33

W pewnej gminie jest 2000 gospodarstw domowych. Na diagramie przedstawiono, jaki procent z nich tworzy 1, 2, 3, 4 albo 5 osób.



Wyznacz medianę liczby osób w gospodarstwie domowym w tej gminie.

ZAMYSŁ

Ustawiamy gospodarstwa w kolejności od najmniejszych i numerujemy je narastająco pod każdą wartością. Mediana to wartość ze środka tej kolejki: przy parzystej liczbie gospodarstw średnia z dwóch środkowych.

ZARYS

A tabelka liczności → liczba gospodarstw przy każdej wartości

B numery gospodarstw narastająco → przedziały numerów

C środek kolejki → wynik

A **tabelka liczności** → liczba gospodarstw przy każdej wartości

1 Przyjmujesz 100 gospodarstw, bo liczą się proporcje, i przepisujesz diagram do tabelki.

liczba osób	1	2	3	4	5
gospodarstwa	15	35	20	20	10

$15 + 35 + 20 + 20 + 10 = 100$

B **numery gospodarstw narastająco** → przedziały numerów

2 Liczba 100 jest parzysta, więc bierzesz średnią wartości 50. i 51. gospodarstwa rosnąco.

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}\right)$$

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{\frac{100}{2}} + a_{\frac{100}{2}+1}\right)$$

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{50} + a_{51}\right)$$

3 Pod każdą wartością wypisujesz numery gospodarstw narastająco, dodając kolejne liczności.

$15 + 35 = 50$

$50 + 20 = 70$

$70 + 20 = 90$

$90 + 10 = 100$

liczba osób	1	2	3	4	5
numery	1–15	16–50	51–70	71–90	91–100

C **środek kolejki** → wynik

4 Odczytujesz z numerów: 50. gospodarstwo kończy grupę dwuosobową, a 51. zaczyna trzyosobową.

$a_{50} = 2$

$a_{51} = 3$

5 Wstawiasz obie wartości do średniej i liczysz medianę.

$\text{Me} = \frac{1}{2}(2 + 3)$

$\text{Me} = \frac{1}{2} \cdot 5$

$\text{Me} = 2{,}5$

WYNIK Me = 2,5

Zadanie 34

W tabeli zestawiono wyniki uczestników konkursu.

Liczba punktów	1	2	3	4	5
Liczba osób	2	5	4	x	3

Mediana liczby punktów jest równa 3,5. Oblicz x.

ZAMYSŁ

Numerujemy osoby od najsłabszego wyniku i z numerów odczytujemy, które dwie stoją w środku. Mediana 3,5 to średnia trójki i czwórki, więc środek wypada między osobą nr 11 a nr 12, co daje równanie na liczbę wszystkich osób, a z niego x.

ZARYS

A liczba osób i ich numery → numery osób przy każdej liczbie punktów

B osoby ze środka → numery dwóch środkowych osób

C równanie na x → wynik

A liczba osób i ich numery

→ numery osób przy każdej liczbie punktów

1. Liczysz wszystkie osoby: dodajesz liczby z dolnego wiersza tabeli.

$$n = 2 + 5 + 4 + x + 3$$
$$n = 14 + x$$

2. Pod każdą liczbą punktów wypisujesz numery osób narastająco, od 1 do 5 punktów.

1 pkt : 1–2, 2 pkt : 3–7, 3 pkt : 8–11
4 pkt : 12–$(11 + x)$, 5 pkt : $(12 + x)$–$(14 + x)$

B osoby ze środka

→ numery dwóch środkowych osób

3. Mediany „3,5” nie ma w tabeli, więc to średnia wyników dwóch środkowych osób. ostatnia z 3 punktami i pierwsza z 4 punktami

$$\frac{3 + 4}{2} = 3{,}5$$

4. Środkowe osoby są dwie, więc n jest parzyste; odczytujesz ich numery.

ostatnia trójka: nr 11, pierwsza czwórka: nr 12

środkowe numery: $\frac{n}{2}$ i $\frac{n}{2} + 1$

$$\frac{n}{2} = 11$$

C **równanie na x** → wynik

5 W miejsce n wstawiasz $14 + x$ i mnożysz obie strony przez 2.

$$\frac{14+x}{2} = 11 \quad / \cdot 2$$
$$14 + x = 22 \quad / - 14$$

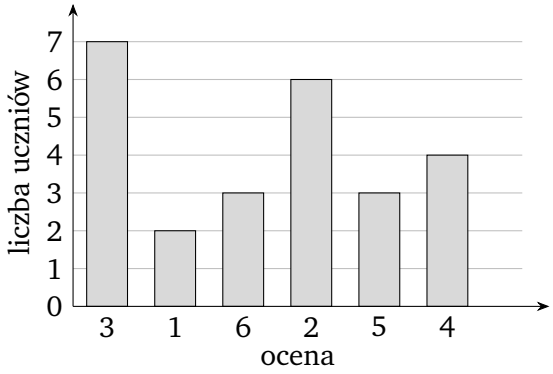
6 Po odjęciu 14 masz liczbę osób z 4 punktami, czyli liczbę naturalną.

$x = 8$

WYNIK $x = 8$

Zadanie 35

Na diagramie przedstawiono oceny uczniów pewnej klasy z pracy klasowej.



Ilu uczniów dostało ocenę wyższą od mediany ocen?

ZAMYSŁ

Porządkujemy oceny rosnąco i numerujemy uczniów pod każdą oceną. Środkowy uczeń wskazuje medianę, a potem liczymy wszystkich z oceną od niej wyższą.

ZARYS

A porządkowanie danych z diagramu
→ tabelka liczności, liczba uczniów i numery osób

B mediana ocen
→ wartość mediany

C uczniowie z oceną wyższą od mediany
→ wynik

A ○ ○ porządkowanie danych z diagramu

→ tabelka liczności, liczba uczniów i numery osób

1 Przepisujesz słupki do tabelki i ustawiasz oceny rosnąco, bo na diagramie stoją nie po kolei.

ocena	1	2	3	4	5	6
liczba uczniów	2	6	7	4	3	3

2 Dodajesz liczby uczniów ze wszystkich ocen i masz liczbę uczniów w klasie.

$n = 2 + 6 + 7 + 4 + 3 + 3$

$n = 25$

3 Pod każdą oceną wypisujesz numery uczniów narastająco, każda ocena zaczyna od następnego numeru.

ocena	1	2	3	4	5	6
numery	1–2	3–8	9–15	16–19	20–22	23–25

B **mediana ocen** → wartość mediany

4 Uczniów jest nieparzyście wielu, więc mediana to ocena środkowego ucznia; wstawiasz $n = 25$.

> $\text{Me} = a_{\frac{n+1}{2}}$

$\text{Me} = a_{\frac{25+1}{2}}$

$\text{Me} = a_{13}$

5 Uczeń numer 13 mieści się w numerach od 9 do 15, więc dostał ocenę 3.

$\text{Me} = 3$

C **uczniowie z oceną wyższą od mediany** → wynik

6 Warunek „wyższą od mediany”: bierzesz oceny 4, 5 i 6 i dodajesz ich liczności.

$\text{ocena} > \text{Me}$

$\text{ocena} > 3$

$4 + 3 + 3 = 10$

WYNIK	10

Zadanie 36

Bramkarz zapisał, ile goli stracił w kolejnych dwunastu meczach:

$$3,\ 0,\ 1,\ 4,\ 1,\ 6,\ 1,\ 0,\ 2,\ 1,\ 5,\ 0$$

Oblicz średnią arytmetyczną, medianę i dominantę liczby goli straconych w meczu.

ZAMYSŁ

Najpierw układamy wyniki rosnąco, bo z takiego ciągu łatwo czytać medianę i dominantę, a sumę da się sprawdzić palcem. Na końcu zostają trzy liczby: średnia, mediana i dominanta.

ZARYS

- **A** uporządkowanie danych → ciąg rosnący i liczba danych
- **B** średnia arytmetyczna → średnia
- **C** mediana → mediana
- **D** dominanta → dominanta

A uporządkowanie danych

→ ciąg rosnący i liczba danych

1 Ustawiasz dwanaście wyników rosnąco i skreślasz w danych każdą już przepisaną liczbę.

~~3~~, ~~0~~, ~~1~~, ~~4~~, ~~1~~, ~~6~~, ~~1~~, ~~0~~, ~~2~~, ~~1~~, ~~5~~, ~~0~~

$0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$

$n = 12$

B średnia arytmetyczna

→ średnia

2 Średnia to suma wyników podzielona przez liczbę meczów; wstawiasz ciąg z A.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\bar{a} = \frac{0 + 0 + 0 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{12}$$

3 Dodajesz licznik i dzielisz przez 12.

$$\bar{a} = \frac{24}{12}$$

$$\bar{a} = 2$$

C mediana

→ mediana

4 Danych jest parzyście wiele, więc mediana to średnia szóstego i siódmego wyrazu.

$$\text{Me} = \frac{1}{2}(a_6 + a_7)$$
$$\text{Me} = \frac{1}{2}(1 + 1)$$

5 Liczysz nawias i mnożysz przez jedną drugą.

$$\text{Me} = \frac{1}{2} \cdot 2$$
$$\text{Me} = 1$$

D dominanta

→ dominanta

6 Dominanta to najczęstszy wynik, więc liczysz, ile razy występuje każda liczba.

wynik	0	1	2	3	4	5	6
ile razy	3	4	1	1	1	1	1

$\text{Mo} = 1$

WYNIK $\bar{a} = 2$, $\text{Me} = 1$, $\text{Mo} = 1$

Zadanie 37

W tabeli zestawiono wyniki uczniów pewnej klasy z jednego zadania ze sprawdzianu.

Liczba punktów	0	1	2	3	4	5
Liczba uczniów	3	3	4	4	8	3

O ile mediana liczby punktów jest większa od średniej arytmetycznej liczby punktów?

ZAMYSŁ

Średnią liczymy jako ważoną, bo każda liczba punktów powtarza się tyle razy, ilu uczniów ją zdobyło. Medianę odczytujemy z numerów osób wypisanych pod tabelą i na końcu odejmujemy od niej średnią.

ZARYS

A średnia arytmetyczna → średnia $\bar{s}$

B mediana z numerów osób → mediana Me

C różnica mediany i średniej → wynik

A średnia arytmetyczna → średnia $\bar{s}$

1. Bierzesz średnią ważoną, wagami są liczby uczniów, bo wyniki się powtarzają.

$$\bar{s} = \frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

2. Wstawiasz pary z tabeli: w liczniku iloczyny, w mianowniku liczby uczniów.

$$\bar{s} = \frac{3 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 8 \cdot 4 + 3 \cdot 5}{3 + 3 + 4 + 4 + 8 + 3}$$

$$\bar{s} = \frac{0 + 3 + 8 + 12 + 32 + 15}{25}$$

3. Dodajesz iloczyny w liczniku i dzielisz przez liczbę uczniów.

$$\bar{s} = \frac{70}{25}$$

$$\bar{s} = 2{,}8$$

B mediana z numerów osób → mediana Me

4 Uczniów jest nieparzyście wielu, więc mediana to wynik trzynastej, środkowej osoby.

$$n = 25$$

$$\text{Me} = a_{\frac{25+1}{2}} = a_{13}$$

5 Wypisujesz narastająco numery osób i szukasz kolumny z osobą numer 13.

0 : 1–3, 1 : 4–6, 2 : 7–10, 3 : 11–14, 4 : 15–22, 5 : 23–25

$$\text{Me} = 3$$

C różnica mediany i średniej → wynik

6 Odejmujesz średnią od mediany, bo pytają, o ile mediana jest większa.

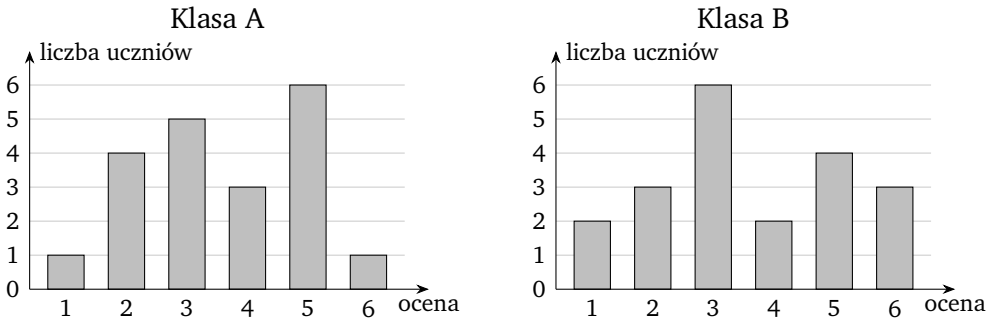
$$\text{Me} - \bar{s} = 3 - 2{,}8$$

$$\text{Me} - \bar{s} = 0{,}2$$

WYNIK $\text{Me} - \bar{s} = 0{,}2$

Zadanie 38

Na diagramach przedstawiono oceny ze sprawdzianu w dwóch klasach.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Mediana ocen w klasie A jest większa od mediany ocen w klasie B.	P	F
W klasie B więcej uczniów niż w klasie A dostało ocenę wyższą od średniej arytmetycznej ocen swojej klasy.	P	F
Dominanta ocen w klasie A jest o 2 większa od dominanty ocen w klasie B.	P	F

ZAMYSŁ

Najpierw przepisujemy oba diagramy do jednej tabelki liczności, bo z niej odczytamy medianę, średnią i dominantę. Potem każde stwierdzenie sprawdzamy osobno i przy każdym zapisujemy P albo F.

ZARYS

A tabelka liczności → liczba uczniów w każdej klasie

B mediany obu klas → ocena zdania 1

C średnie i uczniowie powyżej średniej → ocena zdania 2

D dominanty obu klas → ocena zdania 3

A ○○○ tabelka liczności

→ liczba uczniów w każdej klasie

1 Przepisujesz oba diagramy do tabelki liczności i dodajesz liczności, żeby znać liczbę uczniów.

ocena	1	2	3	4	5	6
klasa A	1	4	5	3	6	1
klasa B	2	3	6	2	4	3

$n_A = 1 + 4 + 5 + 3 + 6 + 1 = 20$

$n_B = 2 + 3 + 6 + 2 + 4 + 3 = 20$

B **mediany obu klas** → ocena zdania 1

2 Mediana to średnia 10. i 11. oceny, więc liczysz słupki klasy A.

$$1 + 4 + 5 = 10 \qquad \text{10. ocena to 3, 11. ocena to 4}$$
$$\text{Me}_A = \tfrac{1}{2}(3 + 4)$$
$$\text{Me}_A = 3{,}5$$

3 Tak samo w klasie B znajdujesz obie środkowe oceny i porównujesz mediany.

$$2 + 3 + 6 = 11 \qquad \text{10. i 11. ocena to 3}$$
$$\text{Me}_B = \tfrac{1}{2}(3 + 3)$$
$$\text{Me}_B = 3$$
$$3{,}5 > 3 \qquad \text{zdanie 1: P}$$

C **średnie i uczniowie powyżej średniej** → ocena zdania 2

4 Średnią klasy A liczysz jako ważoną: liczności z tabelki są wagami ocen.

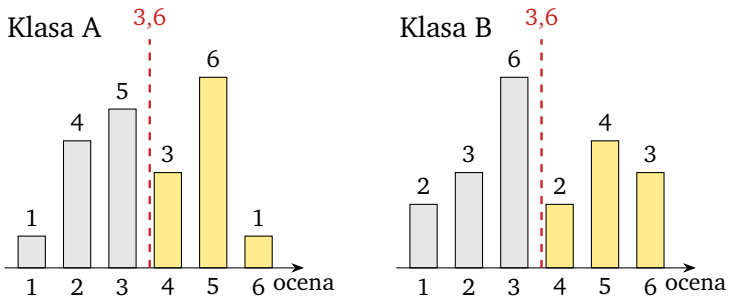
$$\bar{s} = \frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

$$\bar{s}_A = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 1}{20}$$
$$\bar{s}_A = \frac{1 + 8 + 15 + 12 + 30 + 6}{20}$$
$$\bar{s}_A = \frac{72}{20} = 3{,}6$$

5 Tak samo liczysz średnią klasy B z jej liczności.

$$\bar{s}_B = \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 3}{20}$$
$$\bar{s}_B = \frac{2 + 6 + 18 + 8 + 20 + 18}{20}$$
$$\bar{s}_B = \frac{72}{20} = 3{,}6$$

6 Warunek „wyższą od średniej arytmetycznej ocen swojej klasy” spełniają oceny 4, 5 i 6.



$$\text{ocena} > 3{,}6$$

$$A: \ 3 + 6 + 1 = 10$$

$$B: \ 2 + 4 + 3 = 9$$

7 W klasie B takich uczniów jest mniej niż w A, więc zdanie 2 jest fałszywe.

$9 < 10$ zdanie 2: F

D **dominanty obu klas** → ocena zdania 3

8 Dominanta to ocena z najwyższym słupkiem; odczytujesz obie i liczysz różnicę.

$D_A = 5$

$D_B = 3$

$D_A - D_B = 2$ zdanie 3: P

WYNIK	1. P, 2. F, 3. P

Zadanie 39

Zestaw pięciu liczb naturalnych ma medianę 6, dominantę 9 i średnią arytmetyczną 6. Oblicz sumę dwóch najmniejszych liczb tego zestawu.

ZAMYSŁ

Mediana i dominanta wyznaczają trzy z pięciu liczb, więc zostają dwie niewiadome. Średnia daje jedno równanie, w którym od razu stoi szukana suma.

ZARYS

A — ustawienie zestawu z mediany i dominanty → zestaw z dwiema niewiadomymi

B — równanie ze średniej → wynik

A ustawienie zestawu z mediany i dominanty → zestaw z dwiema niewiadomymi

1. Ustawiasz pięć liczb rosnąco; warunek „medianę” stawia 6 na środkowym, trzecim miejscu.

$$a,\ b,\ 6,\ d,\ e$$

2. Warunek „dominantę”: dziewiątka występuje co najmniej dwa razy, a przed szóstką stać nie może.

$$d = e = 9$$

$$a,\ b,\ 6,\ 9,\ 9$$

B równanie ze średniej → wynik

3. Warunek „średnią arytmetyczną” zapisujesz wzorem na średnią i wstawiasz liczby z zestawu.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{a + b + 6 + 9 + 9}{5} = 6$$

4. Mnożysz obie strony przez 5, żeby pozbyć się ułamka, i dodajesz znane liczby.

$$\frac{a + b + 6 + 9 + 9}{5} = 6 \quad / \cdot 5$$

$$a + b + 6 + 9 + 9 = 30$$

$$a + b + 24 = 30$$

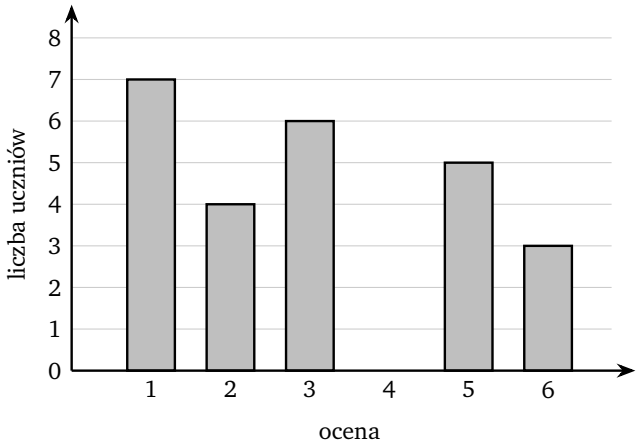
5 Odejmujesz 24 od obu stron i zostaje szukana suma dwóch najmniejszych liczb.

$$a + b + 24 = 30 \quad / - 24$$
$$a + b = 6$$

WYNIK $a + b = 6$

Zadanie 40

Sprawdzian pisało 30 uczniów. Na diagramie przedstawiono ich oceny, ale nie narysowano słupka nad oceną 4.



Oblicz średnią arytmetyczną i medianę ocen z tego sprawdzianu.

ZAMYSŁ

Najpierw liczymy, ile osób dostało czwórkę, i przepisujemy diagram do tabelki. Średnią bierzemy jako średnią ważoną ocen, a medianę odczytujemy z numerów osób ustawionych od najniższej oceny.

ZARYS

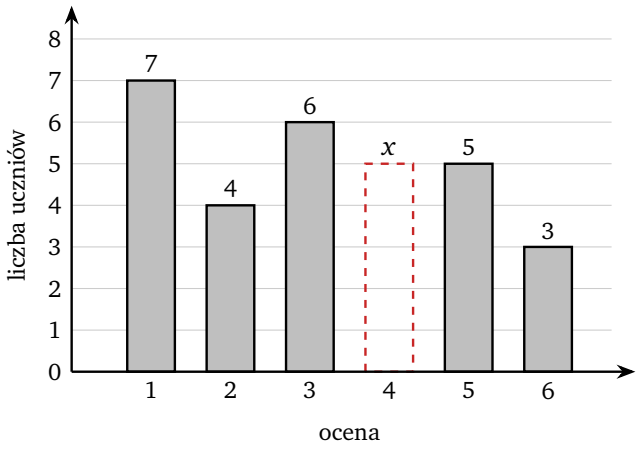
A brakujący słupek i tabelka liczności → liczba osób z oceną 4

B średnia arytmetyczna → wynik

C mediana z numerów osób → wynik

A ○○ brakujący słupek i tabelka liczności → liczba osób z oceną 4

1 Liczbę osób z czwórką oznaczasz x: wszyscy uczniowie minus osoby z narysowanych słupków.



$x = 30 - (7 + 4 + 6 + 5 + 3)$

$x = 30 - 25$

$x = 5$

2 Przepisujesz diagram do tabelki: w górnym wierszu ocena, w dolnym liczba uczniów.

ocena	1	2	3	4	5	6
liczba uczniów	7	4	6	5	5	3

B średnia arytmetyczna

→ wynik

3 Mnożysz każdą ocenę przez liczbę uczniów (to waga) i dzielisz sumę przez 30.

$$\bar{s} = \frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

$$\bar{s} = \frac{7 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 3 \cdot 6}{30}$$

4 Wymnażasz iloczyny w liczniku i dodajesz je.

$$\bar{s} = \frac{7 + 8 + 18 + 20 + 25 + 18}{30}$$

$$\bar{s} = \frac{96}{30}$$

5 Dzielisz licznik przez mianownik.

$\bar{s} = 3{,}2$

C mediana z numerów osób

→ wynik

6 Uczniów jest parzysta liczba, więc środek wypada między osobami 15. i 16.

$\frac{30}{2} = 15$

7 Pod każdą oceną wypisujesz numery osób po kolei, zaczynając od najniższej oceny.

ocena	1	2	3	4	5	6
numery osób	1–7	8–11	12–17	18–22	23–27	28–30

8 Osoby nr 15 i 16 stoją pod oceną 3, więc bierzesz średnią ich ocen.

$$\text{Me} = \frac{3 + 3}{2}$$

$\text{Me} = 3$

WYNIK $\bar{s} = 3{,}2, \quad \text{Me} = 3$

Praca domowa 1

W ankiecie wzięły udział 22 osoby. Na diagramie przedstawiono, ile książek przeczytały w ostatnim roku, ale nie narysowano słupka nad liczbą 1.



Wyznacz dominantę liczby przeczytanych książek.

ZAMYSŁ

Przepisujemy diagram do tabelki, a brakującą liczność nad 1 wyliczamy z tego, że ankietowanych było 22. Gdy znamy już wszystkie liczności, dominantą jest wartość z największą licznością.

1 Przepisujesz diagram do tabelki liczności, a nad wartością 1 wpisujesz nieznaną liczność x.



liczba książek	0	1	2	3	4
liczba osób	4	x	6	5	2

2 Z „22 osoby” wiesz, że wszystkie liczności sumują się do 22, więc wyliczasz x.

$$4 + x + 6 + 5 + 2 = 22$$
$$17 + x = 22 \quad / -17$$
$$x = 5$$

3 Porównujesz liczności 4, 5, 6, 5, 2; największa jest 6 przy dwóch książkach.

liczba książek	0	1	2	3	4
liczba osób	4	5	6	5	2

$$Mo = 2$$

WYNIK $Mo = 2$

Praca domowa 2

Średnia arytmetyczna pięciu liczb:

$$2x,\ x+5,\ 4,\ 3x-2,\ 11$$

jest równa 12. Wyznacz największą z tych liczb.

ZAMYSŁ

Średnia daje nam jedno równanie z jedną niewiadomą x. Po wyznaczeniu x liczymy każdą z pięciu liczb i wybieramy największą.

ZARYS

A równanie ze średniej → równanie z x

B rozwiązanie równania → x

C pięć liczb i największa → wynik

A ○ ○ równanie ze średniej → równanie z x

1. Wpisujesz pięć liczb do wzoru na średnią, dwuczłonowe w nawiasach, i przyrównujesz do 12.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{2x + (x+5) + 4 + (3x-2) + 11}{5} = 12 \quad / \cdot 5$$

2. Mnożysz obie strony przez 5, żeby pozbyć się ułamka.

$$2x + (x+5) + 4 + (3x-2) + 11 = 60$$

● B ○ rozwiązanie równania → x

3. Opuszczasz nawiasy i zbierasz osobno wyrazy z x, osobno liczby.

$$2x + x + 5 + 4 + 3x - 2 + 11 = 60$$
$$6x + 18 = 60 \quad / -18$$

4. Odejmujesz 18 od obu stron, potem dzielisz obie strony przez 6.

$$6x = 42 \quad / : 6$$
$$x = 7$$

C pięć liczb i największa

→ wynik

5 Wstawiasz $x = 7$ do każdej liczby i porównujesz wyniki: największa jest $3x - 2$.

$2 \cdot 7 = 14$, $7 + 5 = 12$, 4, $3 \cdot 7 - 2 = 19$, 11

$19 > 14 > 12 > 11 > 4$

WYNIK	19

Praca domowa 3

Średnia arytmetyczna jedenastu liczb jest równa 20. Po usunięciu jednej z nich średnia arytmetyczna pozostałych liczb jest równa 21. Którą liczbę usunięto?

ZAMYSŁ

Średnia mówi nam, ile wynosi suma wszystkich liczb, więc liczymy sumę jedenastu liczb. Po usunięciu liczby x suma maleje o x, a liczb zostaje 10, więc z nowej średniej dostajemy równanie z jedną niewiadomą.

ZARYS

A stara suma → suma jedenastu liczb

B nowa średnia → równanie z x

C rozwiązanie równania → wynik

A stara suma

→ suma jedenastu liczb

1 Zapisujesz średnią jedenastu liczb wzorem: ich suma podzielona przez 11 daje 20.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_{11}}{11} = 20$$

2 Mnożysz obie strony przez 11, bo suma to średnia razy liczba danych.

$$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_{11}}{11} = 20 \qquad / \cdot 11$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_{11} = 20 \cdot 11$$

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_{11} = 220$$

B nowa średnia

→ równanie z x

3 Usuniętą liczbę oznaczasz x, nową sumę dzielisz przez 10 i przyrównujesz do 21.

$$\frac{220 - x}{10} = 21$$

C **rozwiązanie równania** → wynik

4 Mnożysz obie strony przez 10, żeby pozbyć się ułamka.

$$\frac{220 - x}{10} = 21 \quad / \cdot 10$$
$$220 - x = 210$$

5 Odejmujesz 220 od obu stron, potem mnożysz przez −1, żeby dostać x.

$$220 - x = 210 \quad / \ -220$$
$$-x = -10 \quad / \cdot (-1)$$
$$x = 10$$

WYNIK $x = 10$

Praca domowa 4

Średnia arytmetyczna pięciu liczb jest równa 40. Jedną z nich, liczbę 26, zastąpiono inną liczbą i średnia wzrosła o 5%. Jaką liczbę wpisano w miejsce 26?

ZAMYSŁ

Pojedynczych liczb nie znamy, ale znamy ich sumę przed zamianą i po niej. Szukaną liczbę dostajemy, dodając do 26 różnicę, o którą zmieniła się suma.

ZARYS

A stara suma → suma pięciu liczb przed zamianą

B nowa średnia i nowa suma → suma pięciu liczb po zamianie

C równanie na nową liczbę → wynik

A stara suma → suma pięciu liczb przed zamianą

1 Sumę pięciu liczb liczysz jako średnią razy liczbę danych, bo średnia to suma przez 5.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{S}{5} = 40 \qquad / \cdot 5$$

$$S = 40 \cdot 5$$

$$S = 200$$

B nowa średnia i nowa suma → suma pięciu liczb po zamianie

2 Warunek „średnia wzrosła o 5%”: do 40 dodajesz 5% z 40, czyli 0,05 razy 40.

$$\bar{a}_n = 40 + 0{,}05 \cdot 40$$

$$\bar{a}_n = 40 + 2$$

$$\bar{a}_n = 42$$

3 Liczb dalej jest pięć, więc nową sumę liczysz jako nową średnią razy 5.

$$S_n = 42 \cdot 5$$

$$S_n = 210$$

C **równanie na nową liczbę** → wynik

4 Nowa liczba to x: od starej sumy odejmujesz 26, dodajesz x i masz nową sumę.

$$200 - 26 + x = 210$$
$$174 + x = 210$$

5 Odejmujesz 174 od obu stron i dostajesz liczbę wpisaną w miejsce 26.

$$174 + x = 210 \quad / \ -174$$
$$x = 36$$

WYNIK $x = 36$

Praca domowa 5

Średni wiek czworga dzieci w pewnej rodzinie wynosi 9 lat, a średni wiek dzieci razem z dwojgiem rodziców to 20 lat. Oblicz średni wiek rodziców.

ZAMYSŁ

Średnia to suma podzielona przez liczbę osób, więc z każdej średniej odzyskujemy sumę wieku. Różnica sum to wiek obojga rodziców razem, a dzielimy ją przez 2.

ZARYS

A sumy wieku z obu średnich → S_d i S

B suma wieku rodziców i jej średnia → wynik

A sumy wieku z obu średnich → S_d i S

1. Liczysz sumę wieku czworga dzieci: średnia razy liczba dzieci.

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

$$\frac{S_d}{4} = 9 \qquad / \cdot 4$$

$$S_d = 4 \cdot 9$$

$$S_d = 36$$

2. Tak samo liczysz sumę wieku całej rodziny, czyli sześciu osób.

$$\frac{S}{6} = 20 \qquad / \cdot 6$$

$$S = 6 \cdot 20$$

$$S = 120$$

B **suma wieku rodziców i jej średnia** → wynik

3 Od sumy z całej rodziny odejmujesz sumę wieku dzieci z etapu A.

$$S_r = S - S_d$$
$$S_r = 120 - 36$$
$$S_r = 84$$

4 Sumę wieku rodziców dzielisz przez 2, bo rodziców jest dwoje.

$$\bar{r} = \frac{84}{2}$$
$$\bar{r} = 42$$

WYNIK $\bar{r} = 42$ lata

Praca domowa 6

Sprzedawca zmieszał 8 kg orzechów w cenie 45 zł za kilogram z rodzynkami w cenie 25 zł za kilogram. Kilogram mieszanki kosztuje 33 zł. Ile kilogramów rodzynek wsypał sprzedawca?

ZAMYSŁ

Cena za kilogram mieszanki to średnia: całą zapłatę dzielimy przez wszystkie kilogramy. Zapisujemy wartość orzechów i rodzynek, a z równania średniej liczymy x.

ZARYS

A sumy: wartość orzechów i rodzynek
→ stara suma, nowa suma, nowa liczba kilogramów

B równanie średniej ceny
→ równanie z x

C rozwiązanie równania
→ wynik

A sumy: wartość orzechów i rodzynek

→ stara suma, nowa suma, nowa liczba kilogramów

1 Oznaczasz masę rodzynek przez x kg i liczysz wartość orzechów, czyli starą sumę.

$$8 \cdot 45 = 360$$

2 Do starej sumy dodajesz wartość rodzynek po 25 zł i masz nową sumę.

$$360 + 25x$$

3 Dodajesz też kilogramy: mieszanka to 8 kg orzechów i x kg rodzynek.

$$8 + x$$

B równanie średniej ceny

→ równanie z x

4 Dzielisz nową sumę przez nową liczbę kilogramów; z treści wychodzi 33 zł.

$$\frac{360 + 25x}{8 + x} = 33$$

C **rozwiązanie równania** → wynik

5 Mnożysz obie strony przez $8 + x$, bo masa mieszanki jest dodatnia, czyli różna od zera.

$$\frac{360 + 25x}{8 + x} = 33 \qquad / \cdot (8 + x)$$
$$360 + 25x = 33(8 + x)$$
$$360 + 25x = 264 + 33x$$

6 Odejmujesz od obu stron $25x$, a potem 264, żeby oddzielić x od liczb.

$$360 + 25x = 264 + 33x \quad / - 25x$$
$$360 = 264 + 8x \quad / - 264$$
$$96 = 8x$$

7 Dzielisz obie strony przez 8 i odczytujesz masę rodzynek.

$$96 = 8x \quad / : 8$$
$$x = 12$$

WYNIK	$x = 12$, sprzedawca wsypał 12 kg rodzynek

Praca domowa 7

W tabeli zestawiono liczbę nieobecności uczniów pewnej klasy w ciągu tygodnia.

Liczba nieobecności	0	1	2	3	4
Liczba uczniów	5	8	5	1	1

Średnią liczbę nieobecności jednego ucznia zaokrąglono do liczby całkowitej. Oblicz błąd względny tego przybliżenia. Wynik podaj w procentach.

ZAMYSŁ

Najpierw liczymy dokładną średnią z tabeli, a wagami są liczby uczniów. Potem porównujemy ją z zaokrągleniem i podajemy błąd jako część wartości dokładnej, w procentach.

ZARYS

A średnia ważona z tabeli → wartość dokładna średniej

B zaokrąglenie średniej → przybliżenie

C błąd bezwzględny i względny z A i B → wynik w procentach

A ○ ○ średnia ważona z tabeli

→ wartość dokładna średniej

1. Piszesz średnią ważoną: wartości to nieobecności, wagi to liczby uczniów, w kolejności z tabeli.

$$\bar{s} = \frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

$$\bar{s} = \frac{5 \cdot 0 + 8 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 1 \cdot 4}{5 + 8 + 5 + 1 + 1}$$

2. Liczysz iloczyny i sumy; w mianowniku stoi 20 uczniów, nie liczba kolumn.

$$\bar{s} = \frac{0 + 8 + 10 + 3 + 4}{20}$$

$$\bar{s} = \frac{25}{20} = 1{,}25$$

● B ○ zaokrąglenie średniej

→ przybliżenie

3. Średnią „zaokrąglono do liczby całkowitej”, w dół, bo część po przecinku jest mniejsza od połowy.

$$1{,}25 \approx 1$$

$$\bar{s} \approx 1$$

C błąd bezwzględny i względny z A i B

→ wynik w procentach

4 Błąd bezwzględny to wartość bezwzględna różnicy wartości dokładnej z A i przybliżenia z B.

$$|1{,}25 - 1| = 0{,}25$$

5 Dzielisz błąd bezwzględny przez wartość dokładną, nie przez przybliżenie, i mnożysz przez 100%.

$$\frac{0{,}25}{1{,}25} = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

$$0{,}2 \cdot 100\% = 20\%$$

WYNIK 20%

Praca domowa 8

W tabeli zestawiono wyniki uczestników quizu.

Liczba punktów	1	2	3	4
Liczba osób	4	x	4	5

Średnia liczba punktów zdobytych przez jednego uczestnika jest równa 2,5. Oblicz x.

ZAMYSŁ

Z tabeli i ze wzoru na średnią ważoną układamy jedno równanie z x. Potem rozwiązujemy je jak zwykłe równanie liniowe.

ZARYS

A — równanie ze średniej ważonej → równanie z x

B — rozwiązanie równania → x

A równanie ze średniej ważonej → równanie z x

1. Średnią z tabeli liczysz wzorem średniej ważonej: wagą liczby punktów jest liczba osób.

$$\bar{s} = \frac{w_1a_1 + w_2a_2 + \ldots + w_na_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

2. Wstawiasz dane z tabeli: w liczniku osoby razy punkty, w mianowniku osoby, po prawej średnią.

$$\frac{4 \cdot 1 + x \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4}{4 + x + 4 + 5} = 2{,}5$$

3. Liczysz osobno licznik i osobno mianownik, a iksy zostawiasz.

$$\frac{4 + 2x + 12 + 20}{13 + x} = 2{,}5$$

$$\frac{36 + 2x}{13 + x} = 2{,}5 \quad / \cdot (13 + x)$$

B rozwiązanie równania → x

4. Mnożysz przez $13 + x$, bo to liczba uczestników, więc nie zero, i wymnażasz nawias.

$$36 + 2x = 2{,}5(13 + x)$$

$$36 + 2x = 32{,}5 + 2{,}5x \quad / - 2x$$

5. Odejmujesz $2x$ od obu stron, żeby x zostało tylko po prawej.

$$36 = 32{,}5 + 0{,}5x \quad / - 32{,}5$$

6 Odejmujesz 32,5 od obu stron.

$3{,}5 = 0{,}5x \quad / : 0{,}5$

7 Dzielisz obie strony przez 0,5 i dostajesz liczbę osób z 2 punktami.

$x = 7$

WYNIK $x = 7$

Praca domowa 9

Do zestawu liczb:

$$3,\ 12,\ 6,\ 20,\ 9$$

dopisano liczbę x i mediana wzrosła o 1. Wyznacz x.

ZAMYSŁ

Najpierw ustalamy, ile wynosi mediana przed dopisaniem liczby i ile ma wynosić po nim. Potem stawiamy x na czwartym miejscu i układamy równanie, z którego wychodzi x.

ZARYS

A — mediana przed dopisaniem i po dopisaniu → nowa mediana

B — miejsce x i równanie na medianę → wynik

A mediana przed dopisaniem i po dopisaniu → nowa mediana

1. Ustawiasz liczby rosnąco; jest ich pięć, więc mediana to trzecia z nich.

$$3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 20$$

$$\text{Me} = 9$$

2. Warunek „wzrosła o 1” daje nową medianę o jeden większą od 9.

$$\text{Me}' = 9 + 1$$

$$\text{Me}' = 10$$

B miejsce x i równanie na medianę → wynik

3. Liczb jest sześć. Stawiasz x między 9 a 12, bo inaczej mediana wynosi najwyżej 9 albo 10,5.

$$3,\ 6,\ 9,\ x,\ 12,\ 20$$

4. Mediana sześciu liczb to średnia trzeciej i czwartej. Przyrównujesz ją do 10.

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}\right)$$

$$\text{Me}' = \frac{1}{2}(a_3 + a_4)$$

$$\frac{1}{2}(9 + x) = 10$$

5 Mnożysz obie strony przez 2, a potem odejmujesz 9.

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}(9+x) &= 10 \quad / \cdot 2 \\ 9+x &= 20 \quad / -9 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

WYNIK $x = 11$

Praca domowa 10

W tabeli zestawiono wyniki uczestników turnieju.

Liczba punktów	10	20	30	40	50
Liczba uczestników	4	7	4	9	6

Wyznacz medianę liczby punktów.

ZAMYSŁ

Ustawiamy wszystkich uczestników w kolejce od najmniejszej liczby punktów i nadajemy im numery. Mediana to wynik osoby albo dwóch osób stojących dokładnie w środku tej kolejki.

ZARYS

A numery osób pod wartościami → liczba osób i zakresy numerów

B środkowe osoby i mediana → wynik

A numery osób pod wartościami → liczba osób i zakresy numerów

1. Liczysz uczestników turnieju: dodajesz liczby z dolnego wiersza tabeli.

$n = 4 + 7 + 4 + 9 + 6$

$n = 30$

2. Wypisujesz pod punktami numery osób narastająco, bo punkty w tabeli rosną.

$4, \quad 4 + 7 = 11, \quad 11 + 4 = 15, \quad 15 + 9 = 24, \quad 24 + 6 = 30$

$10: \ 1–4, \quad 20: \ 5–11, \quad 30: \ 12–15$

$40: \ 16–24, \quad 50: \ 25–30$

B środkowe osoby i mediana → wynik

3. Liczba osób 30 jest parzysta, więc w środku stoją osoby piętnasta i szesnasta.

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}\right)$$

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{\frac{30}{2}} + a_{\frac{30}{2}+1}\right)$$

$$\text{Me} = \frac{1}{2}\left(a_{15} + a_{16}\right)$$

$a_{15} = 30, \quad a_{16} = 40$

numery 12–15 oraz 16–24

4 Liczysz medianę jako średnią wyników tych dwóch środkowych osób.

$$\text{Me} = \frac{1}{2}(30 + 40)$$
$$\text{Me} = \frac{1}{2} \cdot 70$$
$$\text{Me} = 35$$

WYNIK Me = 35

Praca domowa 11

W tabeli zestawiono wyniki uczestników konkursu.

Liczba punktów	1	2	3	4	5
Liczba osób	4	6	x	2	3

Mediana liczby punktów jest równa 2,5. Oblicz x.

ZAMYSŁ

Ustawiamy osoby po kolei według punktów i nadajemy im numery. Mediana 2,5 leży między 2 a 3 punktami, więc ta granica musi wypaść na środku, a z tego wyjdzie liczba wszystkich osób i x.

ZARYS

A liczba osób i ich numery
→ liczba osób przez x i numery pod wartościami

B osoby ze środka
→ numery dwóch środkowych osób

C równanie na x
→ wynik

A liczba osób i ich numery

→ liczba osób przez x i numery pod wartościami

1. Liczysz wszystkie osoby: dodajesz cały wiersz „Liczba osób”.

$n = 4 + 6 + x + 2 + 3$

$n = 15 + x$

2. Pod każdą liczbą punktów wypisujesz narastająco numery osób, które ją zdobyły.

1, 2, 3 punkty: $1–4, \quad 5–10, \quad 11–(10 + x)$

4, 5 punktów: $(11 + x)–(12 + x), \quad (13 + x)–(15 + x)$

B osoby ze środka

→ numery dwóch środkowych osób

3. Warunek „Mediana liczby punktów jest równa 2,5”: to średnia dwóch środkowych osób. Wyniku 2,5 nie ma w tabeli, więc jedna z nich ma 2 punkty, a druga 3. Takie sąsiednie osoby to ostatnia z 2 punktami i pierwsza z 3 punktami.

$\frac{2+3}{2} = 2{,}5$

środkowe osoby: nr 10 i nr 11

C **równanie na x** → wynik

4 Przed środkiem i za nim stoi po 10 osób, więc razem jest ich 20.

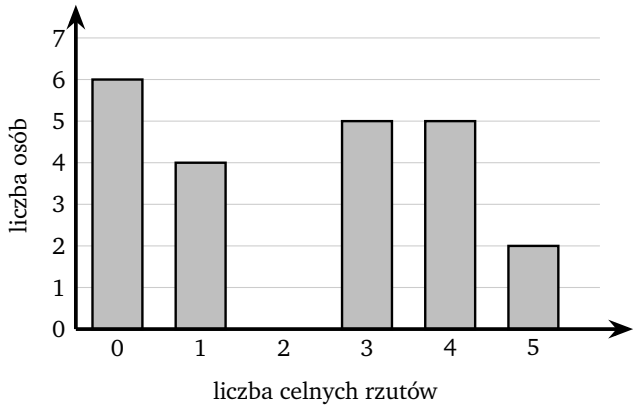
$$15 + x = 20 \quad / -15$$
$$x = 5$$

Liczba $x = 5$ jest naturalna dodatnia, więc osoba nr 11 rzeczywiście ma 3 punkty.

WYNIK $x = 5$

Praca domowa 12

W zawodach wzięło udział 25 osób. Na diagramie przedstawiono liczbę ich celnych rzutów, ale nie narysowano słupka nad liczbą 2.



Oblicz średnią arytmetyczną i medianę liczby celnych rzutów.

ZAMYSŁ

Najpierw z liczby 25 odtwarzamy brakujący słupek i przepisujemy diagram do tabelki. Średnią liczymy z iloczynów wartości i liczby osób, a medianę odczytujemy z numerów osób: środkowa jest 13. osoba.

ZARYS

A brakujący słupek i tabelka
→ liczba osób przy wartości 2

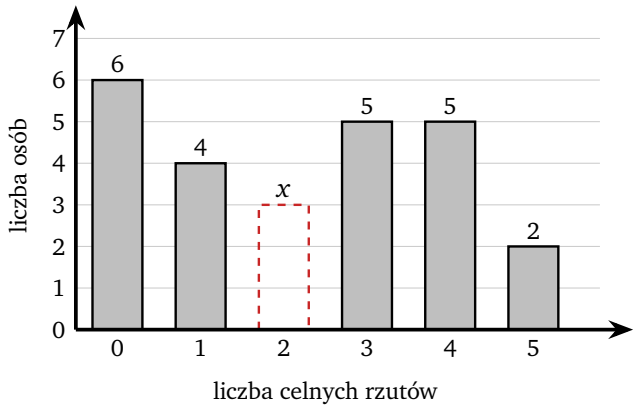
B średnia ważona z tabelki A
→ średnia

C mediana numerami osób z tabelki A
→ mediana

A brakujący słupek i tabelka

→ liczba osób przy wartości 2

1 Oznaczasz brakujący słupek przez x i odejmujesz od obu stron sumę znanych słupków.



$$6 + 4 + x + 5 + 5 + 2 = 25$$
$$22 + x = 25 \quad / -22$$
$$x = 3$$

2 Przepisujesz diagram do tabelki: u góry celne rzuty, na dole liczba osób.

rzuty	0	1	2	3	4	5
osoby	6	4	3	5	5	2

B średnia ważona z tabelki A

→ średnia

3 Mnożysz każdą wartość przez liczbę osób, a w mianowniku stawiasz liczbę wszystkich osób.

$$\bar{s} = \frac{w_1 a_1 + w_2 a_2 + \ldots + w_n a_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

$$\bar{s} = \frac{6 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 2 \cdot 5}{25}$$

4 Liczysz iloczyny, dodajesz je i dzielisz sumę przez 25.

$$\bar{s} = \frac{0 + 4 + 6 + 15 + 20 + 10}{25}$$
$$\bar{s} = \frac{55}{25} = 2{,}2$$

C mediana numerami osób z tabelki A

→ mediana

5 Osób jest 25, nieparzyście, więc mediana to wynik jednej, środkowej osoby.

$$\frac{25+1}{2} = 13$$

6 Pod wartościami z tabelki A wypisujesz numery osób, od najmniejszej liczby rzutów.

rzuty	0	1	2	3	4	5
numery	1–6	7–10	11–13	14–18	19–23	24–25

7 Osoba nr 13 jest w grupie od 11 do 13, czyli trafiła dwa razy.

Me = 2

WYNIK $\bar{s} = 2{,}2, \quad \text{Me} = 2$