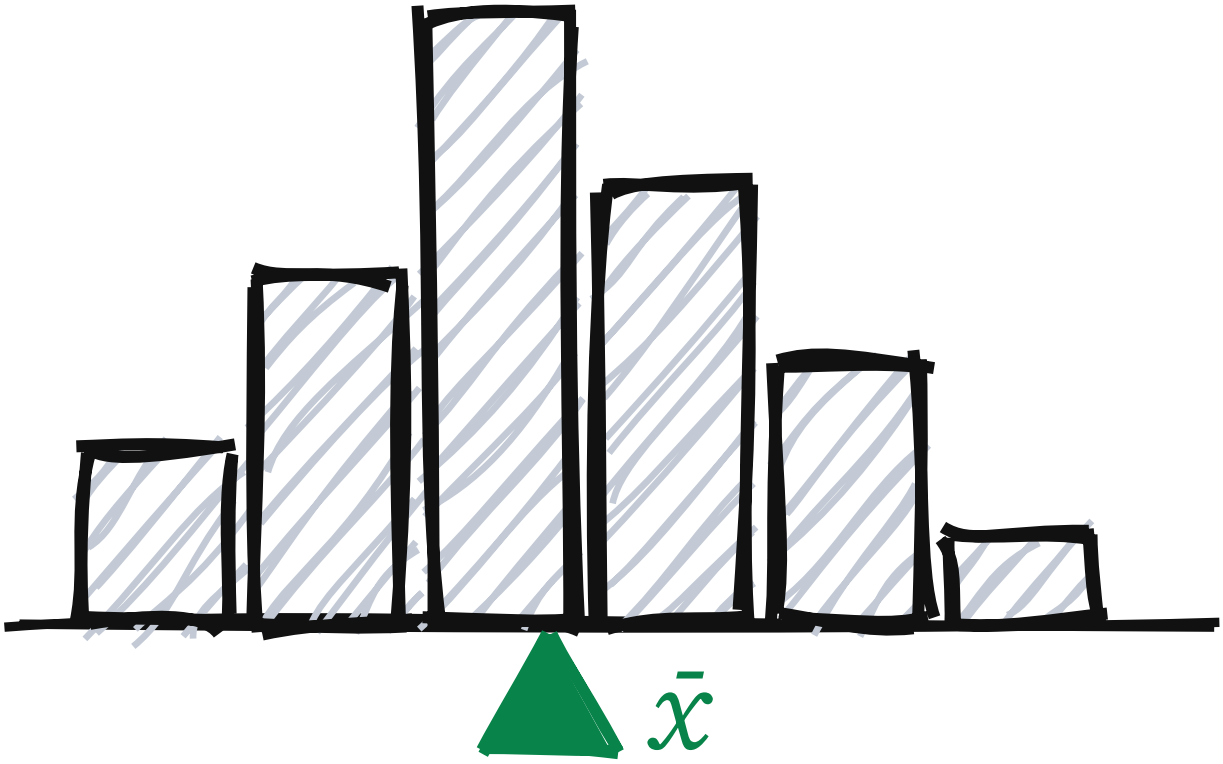


Rozgrzewka przed maturami

Statystyka opisowa

poziom **podstawowy**

Statystyka opisowa
rozgrzewka przed maturami

poziom podstawowy

Spis treści

1 Czytam diagram i tabelę **2**

2 Średnia arytmetyczna: licz i odwracaj **7**

3 Zestaw się zmienia **11**

4 Dwie grupy, jedna średnia **18**

5 Średnia z tabeli i z diagramu **24**

6 Mediana zestawu liczb **31**

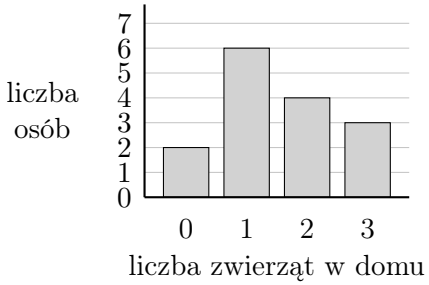
7 Mediana z diagramu i z tabeli **37**

8 Całe zadanie: średnia, mediana, dominanta **43**

9 Praca domowa **48**

1 Czytam diagram i tabelę

Diagram słupkowy. Pod słupkiem stoi **wartość** (liczba zwierząt, ocena), a wysokość słupka mówi, **ile osób** ma tę wartość. Tabela mówi to samo: w górnym wierszu wartości, w dolnym liczby osób.



liczba zwierząt	0	1	2	3
liczba osób	2	6	4	3

Po dwa zwierzęta mają 4 osoby.
Wszystkich osób jest
$2 + 6 + 4 + 3 = 15$: to suma wysokości wszystkich słupków.

Diagram kołowy pokazuje, jaki procent wszystkich osób ma daną cechę. Liczba tych osób to ten procent liczby wszystkich osób.

Dominanta to wartość, która występuje najczęściej. Na karcie wzorów jej nie ma.

Zadanie 1

Na diagramie przedstawiono, ile goli strzeliła drużyna w kolejnych meczach sezonu.



a) W ilu meczach drużyna strzeliła co najmniej 3 gole?

b) Ile meczów rozegrała drużyna w tym sezonie?

c) Wyznacz dominantę liczby goli strzelonych w meczu.

Dominanta to wartość, a nie wysokość słupka. W zadaniu 1 najwyższy słupek ma wysokość 9 i stoi nad liczbą 2, więc dominanta jest równa 2. Odpowiadasz liczbą goli (oceną, liczbą punktów), a nie tym, ile razy ona wystąpiła.

Zadanie 2

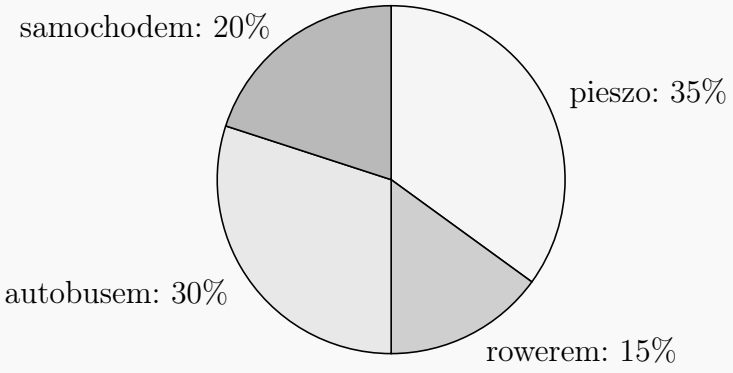
W tabeli zestawiono odpowiedzi uczniów pewnej klasy na pytanie o liczbę rodzeństwa.

Liczba rodzeństwa	0	1	2	3	4
Liczba uczniów	4	10	5	2	1

Jakim procentem liczby uczniów, którzy mają dokładnie jedno rodzeństwo, jest liczba uczniów, którzy mają więcej niż jedno rodzeństwo?

Zadanie 3

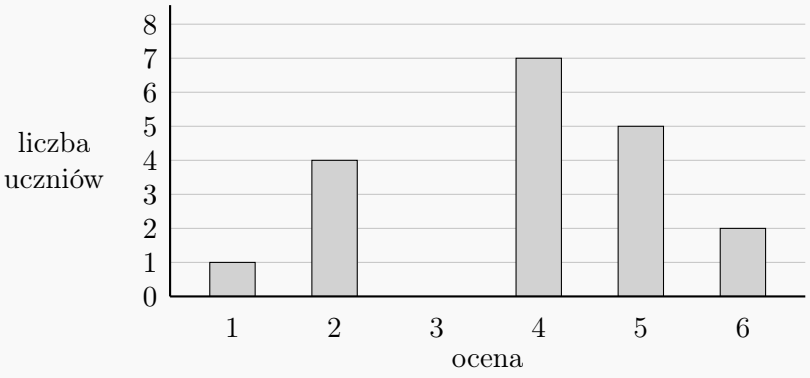
Wśród 40 uczniów przeprowadzono ankietę o tym, jak docierają do szkoły. Wyniki przedstawiono na diagramie kołowym.



O ilu więcej uczniów przychodzi do szkoły pieszo, niż przyjeżdża rowerem?

Zadanie 4

W klasie jest 28 uczniów. Na diagramie przedstawiono ich oceny ze sprawdzianu, ale nie narysowano słupka nad oceną 3.



Wyznacz dominantę ocen z tego sprawdzianu.

2 Średnia arytmetyczna: licz i odwracaj

Średnia arytmetyczna (wzór z karty). Średnia arytmetyczna $\bar{a}$ z liczb $a_1, a_2, \ldots, a_n$ jest równa:

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

Dodajesz wszystkie liczby i dzielisz przez to, ile ich jest. Ten wzór działa też w drugą stronę:

$$\text{suma} = \text{średnia} \cdot \text{liczba danych}$$

Cztery liczby o średniej 7 mają sumę $4 \cdot 7 = 28$. Gdy w zestawie jest niewiadoma, zapisz równanie: suma liczb = średnia · liczba danych.

Zadanie 5

Oblicz średnią arytmetyczną liczb:

$$12,\ 7,\ 0,\ 15,\ 6$$

Zadanie 6

Średnia arytmetyczna sześciu liczb:

$$3,\ 8,\ x,\ 5,\ 10,\ 1$$

jest równa 6. Oblicz x.

Zadanie 7

Średnia arytmetyczna pięciu liczb:

$$x+1,\ 2x,\ 7,\ 3x-4,\ 10$$

jest równa 10. Wyznacz największą z tych liczb.

Zadanie 8

Średnia arytmetyczna czterech liczb:

$$5,\ x,\ 9,\ 2x$$

jest o 1 większa od liczby x. Oblicz x.

3 Zestaw się zmienia

Zadanie 9

Średnia arytmetyczna siedmiu liczb jest równa 12. Do zestawu dopisano liczbę 28. Oblicz średnią arytmetyczną nowego zestawu.

Zestaw się zmienił? Licz przez sumy.

1. stara suma = stara średnia · stara liczba danych;
2. nowa suma: dodaj to, co doszło, odejmij to, co odpadło;
3. nowa średnia = nowa suma podzielona przez **nową** liczbę danych.

W zadaniu 9:

$$\frac{7 \cdot 12 + 28}{8} = \frac{112}{8} = 14, \qquad \text{a nie} \qquad \frac{12 + 28}{2} = 20.$$

Liczba 28 jest jedną z ośmiu liczb, więc nie waży tyle, co siedem pozostałych razem.

Zadanie 10

Po pięciu sprawdzianach Ola ma średnią ocen 3,8. Jaką ocenę musi dostać z szóstego sprawdzianu, żeby średnia z sześciu sprawdzianów była równa 4?

Zadanie 11

Średnia arytmetyczna dziewięciu liczb jest równa 10. Po usunięciu jednej z nich średnia arytmetyczna pozostałych liczb jest równa 10,5. Którą liczbę usunięto?

Zadanie 12

Średnia arytmetyczna pięciu liczb jest równa 6. Trzy z tych liczb zwiększono o 5, a dwie pozostałe zmniejszono o 5. Oblicz średnią arytmetyczną nowego zestawu.

Zadanie 13

Średnia arytmetyczna dwudziestu liczb jest równa 8. Każdą z tych liczb pomnożono przez 3, a potem do każdej dodano 5. Oblicz średnią arytmetyczną nowego zestawu.

Zadanie 14

Średnia arytmetyczna ośmiu liczb jest równa 20. Jedną z nich, liczbę 31, zastąpiono inną liczbą i średnia zmalała o 10%. Jaką liczbę wpisano w miejsce 31?

4 Dwie grupy, jedna średnia

Zadanie 15

Test pisały dwie grupy. W pierwszej było 12 osób i średni wynik 60 punktów, w drugiej 18 osób i średni wynik 70 punktów. Oblicz średni wynik wszystkich piszących.

Dwie grupy: dodajesz sumy, a nie średnie. Każda grupa ma swoją sumę:

$$\text{średnia całości} = \frac{\text{suma pierwszej grupy} + \text{suma drugiej grupy}}{\text{liczba wszystkich osób}}$$

W zadaniu 15:

$$\frac{12 \cdot 60 + 18 \cdot 70}{30} = 66$$

Większa grupa ciągnie średnią w swoją stronę, dlatego wynik leży bliżej 70 niż 60.

Nie znasz liczby osób w grupie? Oznacz ją literą i zapisz to samo równanie.

Zadanie 16

W chórze 80% śpiewających to kobiety. Średni wiek kobiet to 30 lat, a średni wiek mężczyzn to 40 lat. Oblicz średni wiek wszystkich osób w tym chórze.

Zadanie 17

Średni wzrost pięciu koszykarzy z pierwszej piątki jest równy 198 cm, a średni wzrost wszystkich dwunastu zawodników drużyny to 191 cm. Oblicz średni wzrost zawodników rezerwowych.

Zadanie 18

W pewnej klasie dziewcząt jest dwa razy więcej niż chłopców. Średnia ocen całej klasy ze sprawdzianu jest równa 4,1, a średnia ocen dziewcząt to 4,5. Oblicz średnią ocen chłopców.

Zadanie 19

Sprzedawca zmieszał 6 kg cukierków w cenie 30 zł za kilogram z cukierkami w cenie 20 zł za kilogram. Kilogram mieszanki kosztuje 24 zł. Ile kilogramów tańszych cukierków wsypał sprzedawca?

5 Średnia z tabeli i z diagramu

Średnia z tabeli albo z diagramu. Każdą wartość mnożysz przez liczbę osób, które ją mają, dodajesz iloczyny i dzielisz przez liczbę wszystkich osób.

liczba punktów	1	2	3	4
liczba osób	3	5	8	4
punkty · osoby	**3**	**10**	**24**	**16**

$$\frac{3+10+24+16}{3+5+8+4} = \frac{53}{20} = 2{,}65$$

To jest **średnia ważona** z karty wzorów: wartości $a_1, \ldots, a_n$ mają wagi $w_1, \ldots, w_n$ i

$$\bar{a}_w = \frac{w_1 \cdot a_1 + w_2 \cdot a_2 + \ldots + w_n \cdot a_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n}$$

W tabeli wagą jest liczba osób. Pod kreską stoi suma wag.

Zadanie 20

W tabeli zestawiono liczbę błędów, które uczniowie pewnej klasy zrobili w dyktandzie.

Liczba błędów w dyktandzie	0	1	2	3	4
Liczba uczniów	6	9	7	2	1

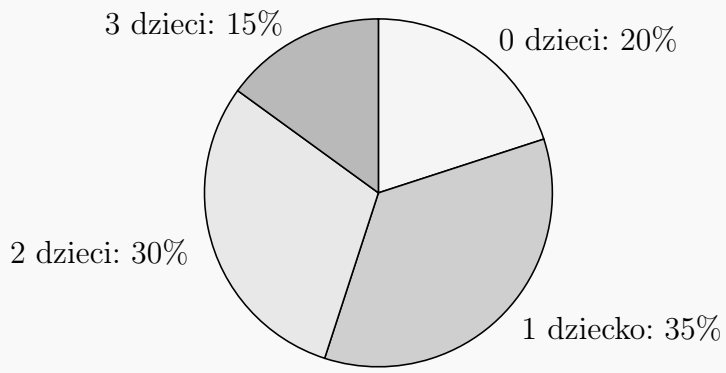
Oblicz średnią liczbę błędów przypadającą na jednego ucznia.

Pod kreską stoi liczba osób, a nie liczba kolumn. W zadaniu 20 kolumn jest 5, a uczniów 25. Sześciu uczniów bez błędu dokłada do sumy błędów 0, ale do liczby uczniów 6:

$$\frac{0 \cdot 6 + 1 \cdot 9 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1}{25} = \frac{33}{25} = 1{,}32$$

Zadanie 21

Diagram kołowy pokazuje, jaki procent rodzin z pewnej wsi ma 0, 1, 2 albo 3 dzieci.



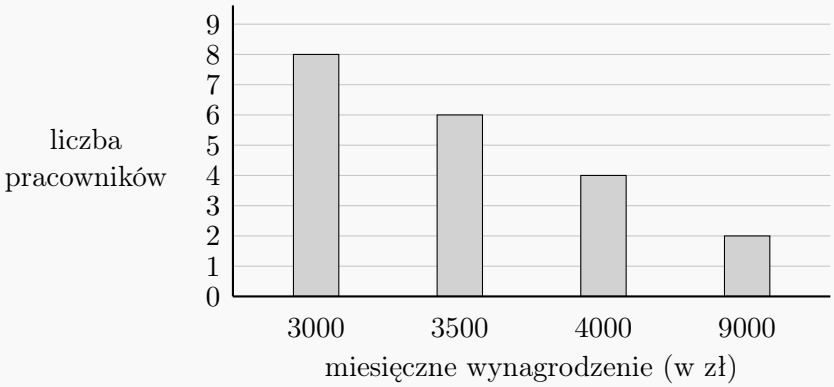
Oblicz średnią liczbę dzieci przypadającą na jedną rodzinę w tej wsi.

Zadanie 22

Ocena semestralna z fizyki jest średnią ważoną ocen: sprawdzian ma wagę 3, kartkówka wagę 2, a praca domowa wagę 1. Kuba dostał ze sprawdzianów oceny 4 i 3, z kartkówek 5 i 4, a z prac domowych 6 i 3. Oblicz jego średnią ważoną.

Zadanie 23

Na diagramie przedstawiono miesięczne wynagrodzenia wszystkich pracowników pewnej firmy.



Ilu pracowników tej firmy zarabia mniej, niż wynosi średnie wynagrodzenie w tej firmie?

Zadanie 24

W tabeli zestawiono liczbę spóźnień uczniów pewnej klasy w ciągu miesiąca.

Liczba spóźnień w miesiącu	0	1	2	3	4
Liczba uczniów	3	7	6	3	1

Średnią liczbę spóźnień jednego ucznia zaokrąglono do liczby całkowitej. Oblicz błąd względny tego przybliżenia. Wynik podaj w procentach.

Zadanie 25

W tabeli zestawiono wyniki zawodników w konkursie rzutów.

Liczba punktów	0	1	2	3
Liczba zawodników	2	5	6	x

Średnia liczba punktów zdobytych przez jednego zawodnika jest równa 2. Oblicz x.

6 Mediana zestawu liczb

Mediana (z karty wzorów). Ustaw liczby od najmniejszej do największej: $a_1 \leqslant a_2 \leqslant \ldots \leqslant a_n$.

- Gdy n jest nieparzyste, mediana to liczba stojąca w środku: $a_{\frac{n+1}{2}}$.
- Gdy n jest parzyste, mediana to średnia arytmetyczna dwóch liczb stojących w środku: $\frac{1}{2}\left(a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}\right)$.

Na przykład: $2,\ 5,\ \mathbf{6},\ 9,\ 20$ ma medianę 6, a zestaw $2,\ \mathbf{5},\ \mathbf{6},\ 9$ ma medianę $\frac{5+6}{2} = 5{,}5$.

Zadanie 26

Wyznacz medianę zestawu liczb:

$$8,\ 3,\ 11,\ 5,\ 14,\ 2,\ 9$$

Zadanie 27

Wyznacz medianę zestawu liczb:

$$6,\ -1,\ 3,\ 6,\ 0,\ 10,\ 3,\ 6$$

Powtórzenia zostają na liście. W zadaniu 27 ustawiasz wszystkie osiem liczb, każdą tyle razy, ile wystąpiła:

$$-1,\ 0,\ 3,\ \mathbf{3},\ \mathbf{6},\ 6,\ 6,\ 10$$

W środku stoją 3 i 6, więc mediana to 4,5. Mediana nie musi być żadną z liczb zestawu.

Zadanie 28

Mediana zestawu pięciu liczb:

$$7,\ 2,\ a,\ 12,\ 5$$

jest o 1 mniejsza od liczby a. Wyznacz a.

Zadanie 29

Liczby

$$2,\ 6,\ x,\ 14$$

są ustawione od najmniejszej do największej. Ich mediana jest równa ich średniej arytmetycznej. Oblicz x.

Zadanie 30

Do zestawu liczb:

$$4,\ 10,\ 1,\ 7,\ 13$$

dopisano liczbę x i mediana wzrosła o 1. Wyznacz x.

7 Mediana z diagramu i z tabeli

Mediana z tabeli albo z diagramu. Osoby stoją w kolejce od najmniejszej wartości. Ustal, ile ich jest, i znajdź numer osoby ze środka.

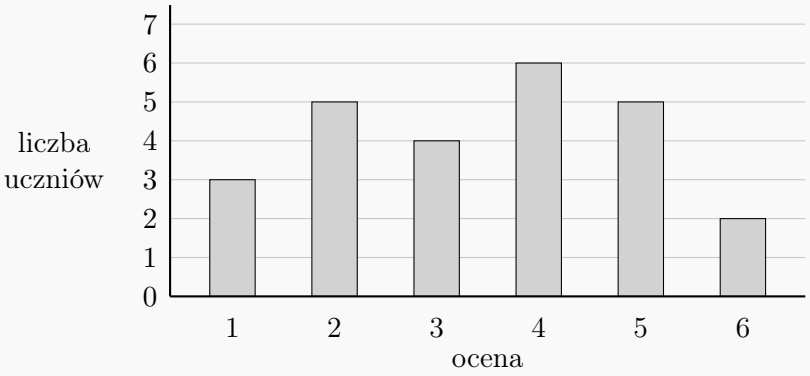
liczba punktów	1	2	3	4
liczba osób	3	5	8	4
numery osób	**1–3**	**4–8**	**9–16**	**17–20**

Osób jest 20, więc w środku stoją osoby numer 10 i 11. Obie mają po 3 punkty, więc mediana jest równa 3.

Gdy osób jest 21, w środku stoi jedna osoba: numer 11.

Zadanie 31

Na diagramie przedstawiono oceny uczniów pewnej klasy ze sprawdzianu.



Wyznacz medianę tych ocen.

Zadanie 32

W tabeli zestawiono liczbę książek, które uczniowie pewnej klasy przeczytali w wakacje.

Liczba książek przeczytanych w wakacje	0	1	2	3	4
Liczba uczniów	4	6	5	3	2

Wyznacz medianę liczby przeczytanych książek.

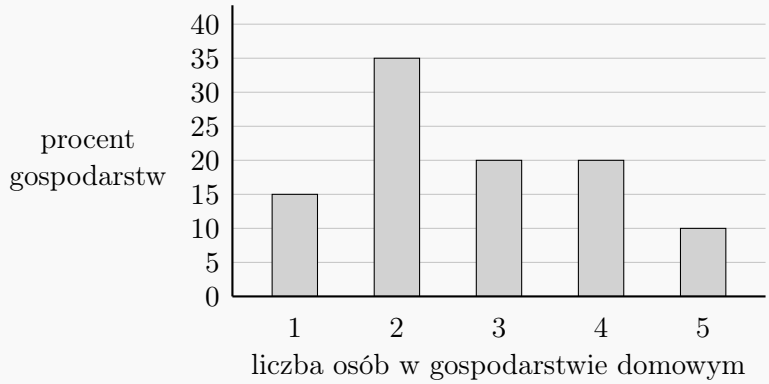
Dwie środkowe osoby mogą stać w różnych kolumnach. W zadaniu 32 osoba numer 10 przeczytała 1 książkę, a osoba numer 11 przeczytała 2 książki. Mediana to średnia tych dwóch **wartości**:

$$\frac{1+2}{2} = 1{,}5$$

Nikt nie przeczytał półtorej książki, a mediana i tak jest równa 1,5.

Zadanie 33

W pewnej gminie jest 2000 gospodarstw domowych. Na diagramie przedstawiono, jaki procent z nich tworzy 1, 2, 3, 4 albo 5 osób.



Wyznacz medianę liczby osób w gospodarstwie domowym w tej gminie.

Zadanie 34

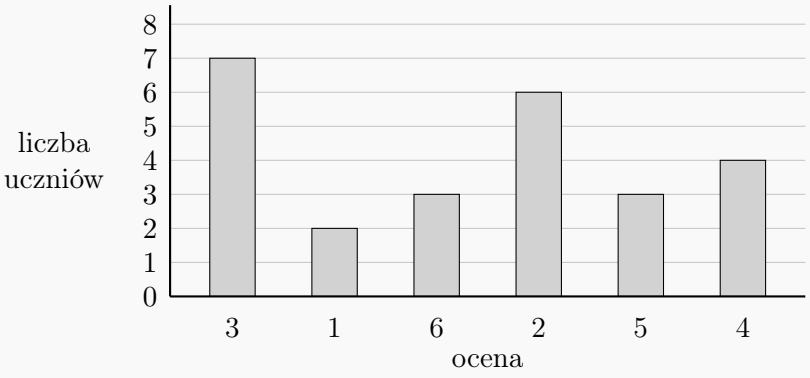
W tabeli zestawiono wyniki uczestników konkursu.

Liczba punktów	1	2	3	4	5
Liczba osób	2	5	4	x	3

Mediana liczby punktów jest równa 3,5. Oblicz x.

Zadanie 35

Na diagramie przedstawiono oceny uczniów pewnej klasy z pracy klasowej.



Ilu uczniów dostało ocenę wyższą od mediany ocen?

8 Całe zadanie: średnia, mediana, dominanta

Trzy liczby o jednym zestawie.

średnia arytmetyczna	suma wszystkich danych podzielona przez ich liczbę
mediana	środek ustawionej listy
dominanta	wartość, która występuje najczęściej

Każdą liczysz osobno. Dwie z nich mogą wyjść równe, ale nie muszą.

Zadanie 36

Bramkarz zapisał, ile goli stracił w kolejnych dwunastu meczach:

$$3,\ 0,\ 1,\ 4,\ 1,\ 6,\ 1,\ 0,\ 2,\ 1,\ 5,\ 0$$

Oblicz średnią arytmetyczną, medianę i dominantę liczby goli straconych w meczu.

Zadanie 37

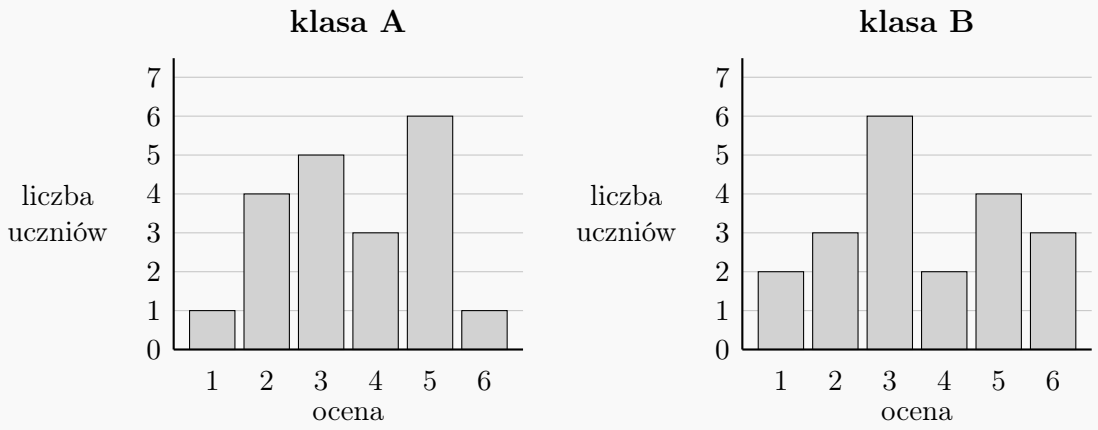
W tabeli zestawiono wyniki uczniów pewnej klasy z jednego zadania ze sprawdzianu.

Liczba punktów	0	1	2	3	4	5
Liczba uczniów	3	3	4	4	8	3

O ile mediana liczby punktów jest większa od średniej arytmetycznej liczby punktów?

Zadanie 38

Na diagramach przedstawiono oceny ze sprawdzianu w dwóch klasach.



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

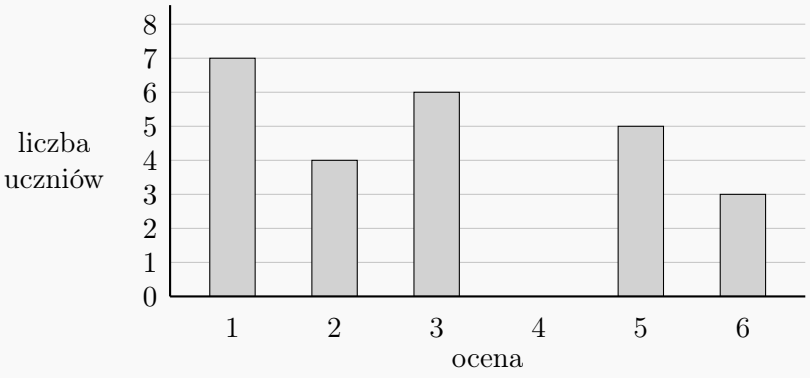
Mediana ocen w klasie A jest większa od mediany ocen w klasie B.	P	F
W klasie B więcej uczniów niż w klasie A dostało ocenę wyższą od średniej arytmetycznej ocen swojej klasy.	P	F
Dominanta ocen w klasie A jest o 2 większa od dominanty ocen w klasie B.	P	F

Zadanie 39

Zestaw pięciu liczb naturalnych ma medianę 6, dominantę 9 i średnią arytmetyczną 6. Oblicz sumę dwóch najmniejszych liczb tego zestawu.

Zadanie 40

Sprawdzian pisało 30 uczniów. Na diagramie przedstawiono ich oceny, ale nie narysowano słupka nad oceną 4.

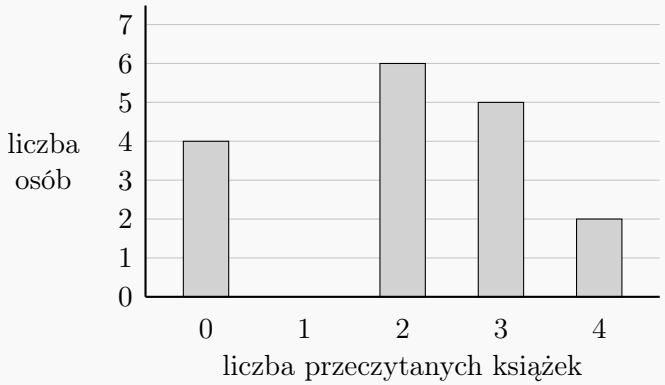


Oblicz średnią arytmetyczną i medianę ocen z tego sprawdzianu.

9 Praca domowa

Praca domowa 1

W ankiecie wzięły udział 22 osoby. Na diagramie przedstawiono, ile książek przeczytały w ostatnim roku, ale nie narysowano słupka nad liczbą 1.



Wyznacz dominantę liczby przeczytanych książek.

Praca domowa 2

Średnia arytmetyczna pięciu liczb:

$$2x,\ x+5,\ 4,\ 3x-2,\ 11$$

jest równa 12. Wyznacz największą z tych liczb.

Praca domowa 3

Średnia arytmetyczna jedenastu liczb jest równa 20. Po usunięciu jednej z nich średnia arytmetyczna pozostałych liczb jest równa 21. Którą liczbę usunięto?

Praca domowa 4

Średnia arytmetyczna pięciu liczb jest równa 40. Jedną z nich, liczbę 26, zastąpiono inną liczbą i średnia wzrosła o 5%. Jaką liczbę wpisano w miejsce 26?

Praca domowa 5

Średni wiek czworga dzieci w pewnej rodzinie wynosi 9 lat, a średni wiek dzieci razem z dwojgiem rodziców to 20 lat. Oblicz średni wiek rodziców.

Praca domowa 6

Sprzedawca zmieszał 8 kg orzechów w cenie 45 zł za kilogram z rodzynkami w cenie 25 zł za kilogram. Kilogram mieszanki kosztuje 33 zł. Ile kilogramów rodzynek wsypał sprzedawca?

Praca domowa 7

W tabeli zestawiono liczbę nieobecności uczniów pewnej klasy w ciągu tygodnia.

Liczba nieobecności	0	1	2	3	4
Liczba uczniów	5	8	5	1	1

Średnią liczbę nieobecności jednego ucznia zaokrąglono do liczby całkowitej. Oblicz błąd względny tego przybliżenia. Wynik podaj w procentach.

Praca domowa 8

W tabeli zestawiono wyniki uczestników quizu.

Liczba punktów	1	2	3	4
Liczba osób	4	x	4	5

Średnia liczba punktów zdobytych przez jednego uczestnika jest równa 2,5. Oblicz x.

Praca domowa 9

Do zestawu liczb:

$$3,\ 12,\ 6,\ 20,\ 9$$

dopisano liczbę x i mediana wzrosła o 1. Wyznacz x.

Praca domowa 10

W tabeli zestawiono wyniki uczestników turnieju.

Liczba punktów	10	20	30	40	50
Liczba uczestników	4	7	4	9	6

Wyznacz medianę liczby punktów.

Praca domowa 11

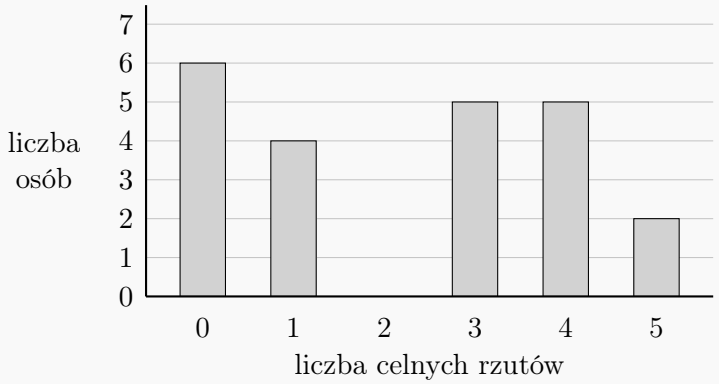
W tabeli zestawiono wyniki uczestników konkursu.

Liczba punktów	1	2	3	4	5
Liczba osób	4	6	x	2	3

Mediana liczby punktów jest równa 2,5. Oblicz x.

Praca domowa 12

W zawodach wzięło udział 25 osób. Na diagramie przedstawiono liczbę ich celnych rzutów, ale nie narysowano słupka nad liczbą 2.



Oblicz średnią arytmetyczną i medianę liczby celnych rzutów.